ترمودینامیک ۲ مهندسی مکانیک

سرفصل درس

- سیکل‌های تولید توان ← سیکل‌های گازی
  - ← سیکل‌های بخار
- سیکل‌های تبرید
- روابط ترمودینامیکی
- مخلوط‌ها و خواص مخلوط‌ها
- رطوبت‌سنجی
- احتراق

مراجع اصلی درس:

کتاب ترمودینامیک مهندسی - سنجل

، ترمودینامیک ون وایلن

، ترمودینامیک شومز

نمره‌بندی درس

تمرین + کوییز + میان‌ترم + پایان‌ترم + پروژه اضافی

پروژه اضافی ← نرم‌افزاری: EES, Matlab, hysys, Trnsys

پروژه اضافی ← کار گروهی و ترجمه

Scanned by CamScanner

سیکل‌های تولید توان و تبرید

تقسیم بندی چرخه‌های ترمودینامیکی بر اساس هدف تولید
- چرخه توان
- چرخه تبرید

تقسیم بندی بر اساس فاز سیال عامل
- چرخه گازی ← سیال در کل چرخه در فاز گازی است.
- چرخه بخاری ← سیال بخشی از چرخه مایع و بخشی بخار است.

تقسیم بندی چرخه‌ها بر اساس خروج سیال عامل از چرخه
- چرخه بسته : سیال در انتهای چرخه به حالت اولیه برمی‌گردد.
- چرخه باز : سیال در انتهای چرخه بجای برگشت تجدید می‌شود.

تقسیم بندی ماشین‌های حرارتی بر اساس انتقال گرما به سیال عامل
- موتور احتراق خارجی ← انرژی از منبع خارجی به سیال عامل منتقل می‌شود
- موتور احتراق داخلی ← انتقال انرژی توسط سوخت در درون سیستم انجام می‌شود.

چرخه‌های ترمودینامیک
- توان
  - گازی
    - کارنو - استرلینگ - اریکسون
    - اتو
    - دیزل - دوگانه
    - برایتون
      - با بازیاب
      - با بازگرمایش
      - سیال ترکیبی و...
  - بخاری
    - رانکین
      - بازیاب
      - بازگرمایش
      - گرمکن آب تغذیه
- تبرید
  - تراکمی
    - ساده
    - ترکیبی
  - گازی
    - ساده
    - مبدل میانی
  - جذبی
    - تک اثره
    - دو اثره

$c_p=1$

$c_v=0.717$

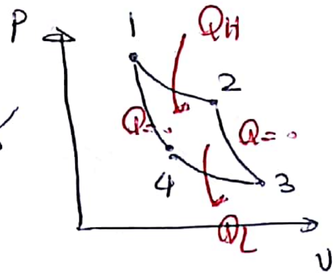
$k=1.4$

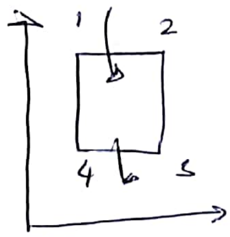
- در چرخه‌های گازی از سیال عامل هوا به عنوان سیال کاری استفاده می‌شود.
- در این درس سیال هوا گاز ایده‌آل است اما می‌توان c_p را ثابت یا متغیر در نظر گرفت.
  - c_p ثابت
  - c_p متغیر ← جداول s^0، P_r، v_r
- از نمودارهای P-v و T-s در سیکل‌های تولید توان و T-s و P-H در سیکل تبرید استفاده می‌شود.
- در سیکل‌های توان بخار از سیال عامل آب و جداول خواص آب استفاده می‌شود.
- در سیکل‌های تبرید تراکمی از سیال عامل R-134a و جداول آن استفاده می‌شود.

Scanned by CamScanner

نمودارهای T-S و P-V سیکلهای گازی

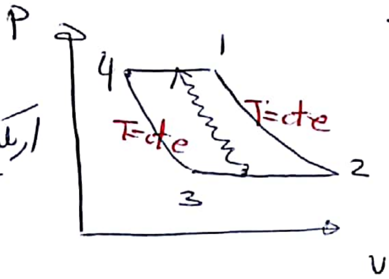
کارنو

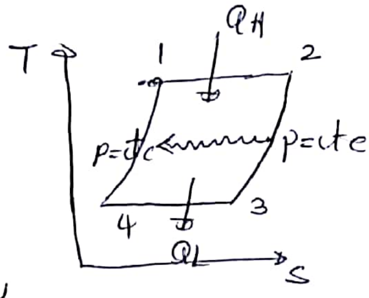




$$\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

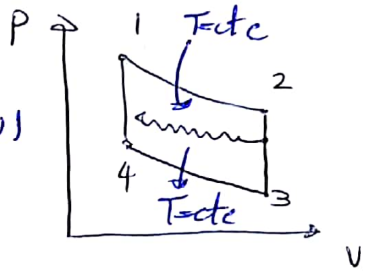
اریکسون

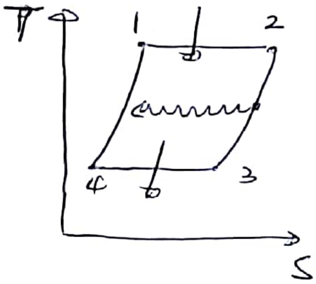




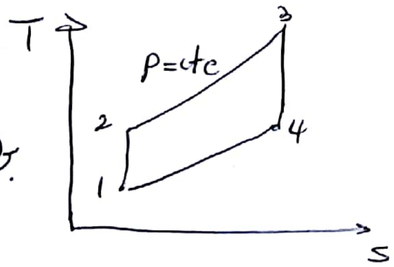
$$\eta = \eta_{carnot}$$

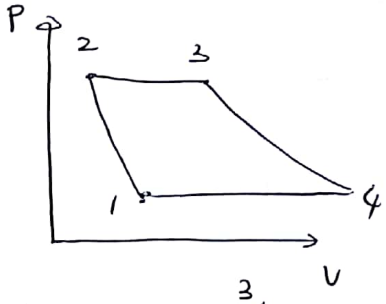
استرلینگ



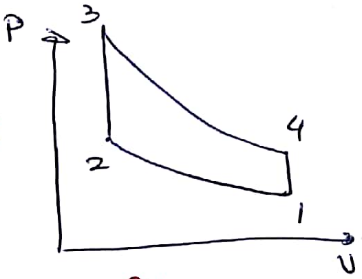


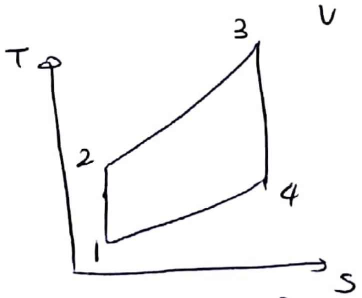
برایتون



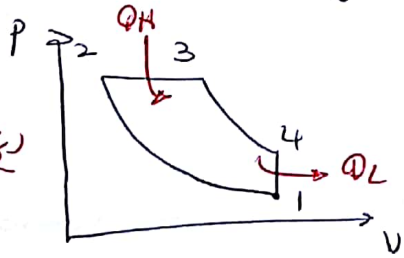


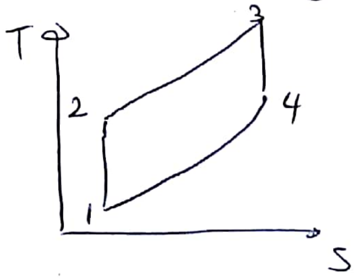
اتو



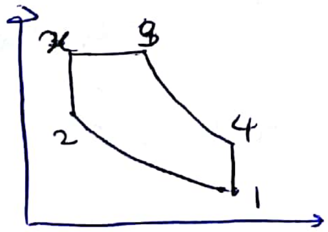


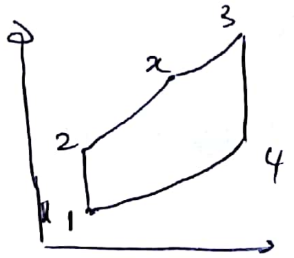
دیزل





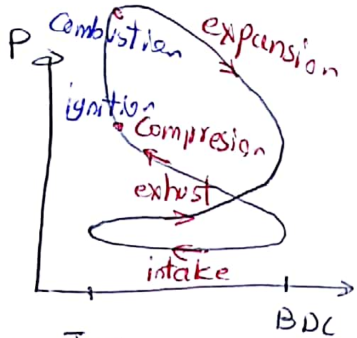
دوگانه





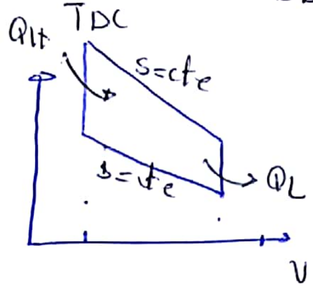
Scanned by CamScanner

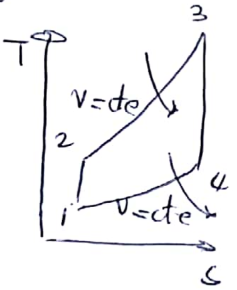
سیکل اتو: حالت واقعی و ترمودینامیکی شکل به صورت زیر است.



$$\eta_{otto} = \frac{W_{net}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_v(T_3 - T_2)}$$

$$= 1 - \frac{T_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} \xrightarrow[V_4 = V_1]{V_2 = V_3} \longrightarrow$$





از روابط ایزنتروپیک

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1} = \frac{T_4}{T_1}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \quad , \quad r = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

ex: یک موتور احتراق جرقه‌ای با نسبت تراکم ۱۰ کار می‌کند و دمای پایین و فشار پایین آن 200°C و 200kpa است. چنانچه کار خروجی $1000 \ \frac{kJ}{kg}$ باشد. حداکثر بازدهی حرارتی ممکن را محاسبه کنید و با سیکل کارنو مقایسه نمایید. همچنین MEP را محاسبه کنید. سیکل مورد نظر تئوریک سیکل اتو است

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} = 1 - \frac{1}{10^{0,4}} = 0,602 \rightarrow 60,2\%$$

برای بدست آوردن سیکل کارنو که در همین شرایط کار کند باید دماهای حداقل و حداکثر را داشته باشیم.

$1 \rightarrow 2$ آنتروپی ثابت $\quad T_2 = T_1\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = (473)(10)^{0,4} = 1188 \ K$

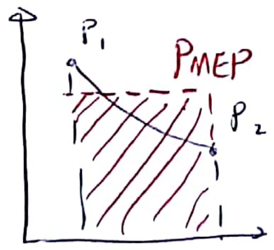
W خالص سیکل $\Rightarrow \quad W_{net} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} = C_v(T_1 - T_2) + C_v(T_3 - T_4)$

$$1000 = (0,717)(473 - 1188 + T_3 - T_4)$$

$3 \rightarrow 4$ آنتروپی ثابت $\quad T_3 = T_4\left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{k-1} = T_4(10)^{0,4} = 2,514 \ T_2$

$$\rightarrow \quad T_3 = 3508 \ K \qquad T_4 = 1397 \ K$$

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{473}{3508} = 0,865 \ \text{یا} \ 86,5\%$$



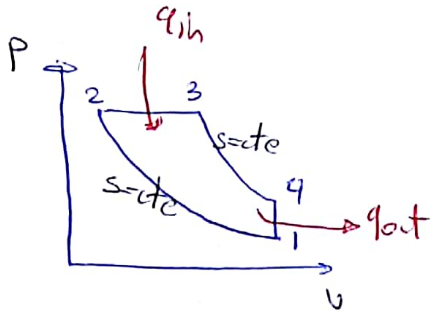
$$w = \int p\,dv = MEP \times \Delta V = MEP\,(v_1 - v_2)$$

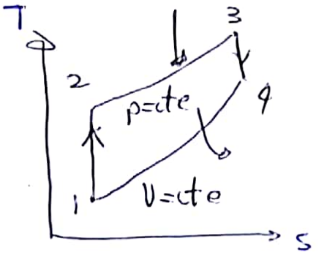
$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{0,287 \times 473}{200} = 0,6788 \ \frac{m^3}{kg} \quad , \quad v_2 = \frac{v_1}{10}$$

$$MEP = \frac{W_{net}}{v_1 - v_2} = \frac{1000}{0,9(0,6788)} = 1640 \ kPa$$

Scanned by CamScanner

سیکل دیزل





$$\eta_{th,Diesel} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{C_v(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} = \frac{T_4 - T_1}{k(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{kT_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}$$

$r = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{V_1}{V_2}$ ، $r_c =$ نسبت جدایی $= \frac{V_3}{V_2} =$

$1 \rightarrow 2$ ایزنتروپیک $\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} = \frac{1}{r^{k-1}}$

$3 \rightarrow 4$ ایزنتروپیک $\frac{P_4}{P_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^k = \left(\frac{V_2}{V_4}\,\frac{V_3}{V_2}\right)^k = \left(\frac{V_2}{V_1}\,\frac{V_3}{V_2}\right)^k$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{P_4}{P_1}\,\frac{V_4}{V_1} = \frac{P_4}{P_1} = \frac{P_4}{P_3}\,\frac{P_3}{P_2}\,\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} = \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{V_3}{V_2}\right)^k \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^k$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2}\,\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_3}{V_2} \longrightarrow \eta = 1 - \frac{1}{k}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} \frac{\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^k - 1}{\left(\frac{V_3}{V_2}\right) - 1}$$

$\frac{V_2}{V_1} = r$

$\frac{V_3}{V_2} = r_c$

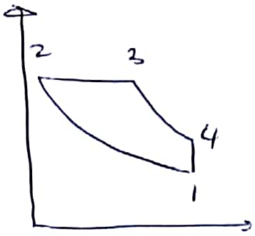
$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}}\left[\frac{r_c^k - 1}{k(r_c - 1)}\right]$$

عبارت داخل کروشه بزرگتر از ۱ است. پس برای r یکسان راندمان اتو بالاتر از راندمان دیزل است.

اما می‌دانیم به علت احتراق خود به خودی در r بالا در سیکل اتو نمی‌توان از r های بالا استفاده کرد. اما در سیکل دیزل این مشکل وجود ندارد. و به طور کلی به علت نسبت تراکم بالا در سیکل دیزل راندمان دیزل بالاتر از اتو است.

Scanned by CamScanner

مثال: سیکل دیزل با نسبت تراکم 18، با هوا در فشار پایین 200 kPa و 200°C کار می‌کند. اگر کار خروجی 1000 $\frac{kJ}{kg}$ باشد، بازدهی سیکل و MEP را محاسبه کنید و با بازدهی اتو در همان فشار حداکثر مقایسه کنید.



$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{0{,}287 \times 473}{200} = 0{,}6788 \ \frac{m^3}{kg}$$

$$v_2 = \frac{v_1}{18} = 0{,}03771 \ \frac{m^3}{kg}$$

$1 \to 2$ آنتروپی ثابت $\quad T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = 473 \times 18^{0{,}4} = 1503 \ k$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k} = 200 \times 18^{1{,}4} = 11{,}44 \ MPa$$

$$W_{cycle} = q_{net} = q_{23} + q_{41} = C_p(T_3 - T_2) + C_v(T_1 - T_4)$$

$$1000 = (1{,}00)(T_3 - 1503) + (0{,}717)(473 - T_4)$$

$3 \to 4$ آنتروپی ثابت $\quad T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{k-1} = T_3 \left(\frac{v_3}{0{,}6788}\right)^{0{,}4} \Rightarrow$

$2 \to 3$ فشار ثابت

$$\frac{T_3}{v_3} = \frac{T_2}{v_2} = \frac{1503}{0{,}03771} = 39860$$

$$\Rightarrow 1000 = (1{,}00)(39860\, v_3 - 1503) + (0{,}717)(473 - 46540\, v_3^{1{,}4})$$

حل معادله غیرخطی $\rightarrow \quad v_3 = 0{,}0773 \ \frac{m^3}{kg}, \quad T_3 = 3080 k, \quad T_4 = 1290 \ k$

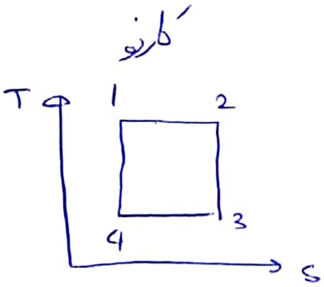
$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \frac{r_c^{\,k} - 1}{k(r_c - 1)} = 1 - \frac{1}{18^{0{,}4}} \frac{(2{,}05)^{1{,}4} - 1}{(1{,}4)(2{,}05 - 1)} = 0{,}629 \text{ یا } 62{,}9\%$$

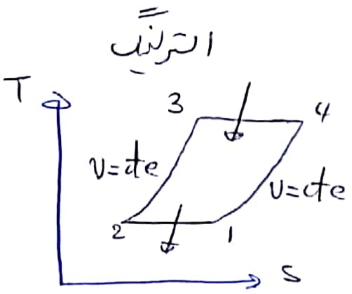
$$MEP = \frac{W_{net}}{v_1 - v_2} = \frac{1000}{0{,}6788 - 0{,}0377} = 641 \ kPa$$

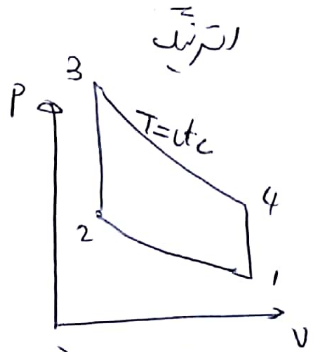
$$r_{otto} = \frac{v_1}{v_3} = \frac{0{,}6788}{0{,}0773} = 8{,}78 \qquad \eta_{otto} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} = 0{,}581 \text{ یا } 58{,}1\%$$

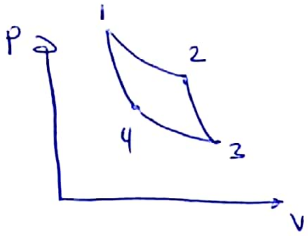
Scanned by CamScanner

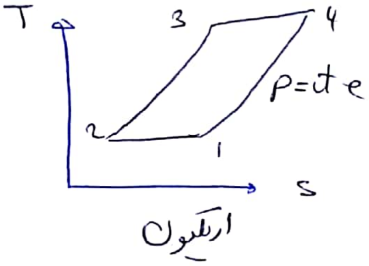
سیکل استرلینگ و اریکسون

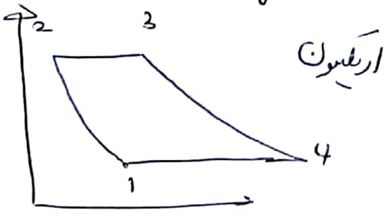












$$\eta_{th,ericsson} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{T_L(s_4 - s_3)}{T_H(s_2 - s_1)} = 1 - \frac{T_L R \ln\frac{P_4}{P_3}}{T_H R \ln\frac{P_2}{P_1}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = \eta_{carnot}$$

$$\eta_{th\,sterling} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} =$$

مثال: سیکل اریکسون با نسبت تراکم 10 کار می‌کند فشار پایین 200kPa دمای پایین 100°C است. دمای بالا نیز 600°C است. کار خروجی و گرمای ورودی را محاسبه کنید.

$$w_{out} = w_{12} + w_{23} + w_{34} + w_{41} = RT_1 \ln\frac{v_2}{v_1} + P_2(v_3 - v_2) + RT_3 \ln\frac{v_4}{v_3} + P_1(v_1 - v_4)$$

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{0.287 \times 373}{200} = 0.5353 \ \frac{m^3}{kg}$$

با تعیین P_2 ، v_1 و v_2 و v_3 و v_4 را محاسبه کنید.

4 → 1 فشار ثابت $\quad \frac{T_4}{v_3} = \frac{T_1}{v_1} \rightarrow \frac{873}{v_4} = \frac{373}{0.5353} \rightarrow v_4 = 1.253 \ \frac{m^3}{kg}$

تراکم $\quad \frac{v_4}{v_2} = 10 \longrightarrow v_2 = 0.1253 \quad , \quad P_3 = P_2 = \frac{RT_2}{v_2} = \frac{0.287 \times 373}{0.1253} = 854.4 \ kPa$

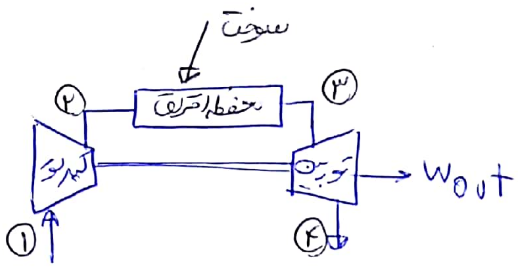
$$v_3 = \frac{RT_3}{P_3} = \frac{0.287 \times 873}{854.4} = 0.2932 \ \frac{m^3}{kg}$$

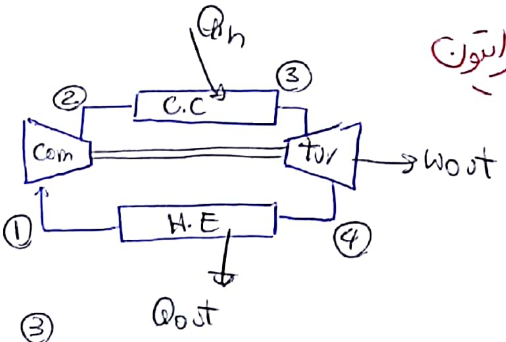
$$w_{out} = 0.287 \times 373 \ln\frac{0.1253}{0.5353} + 854.4 \times (0.2932 - 0.1253) + 0.287 \times 873 \ln\frac{1.253}{0.2953} + 200(0.5353 - 1.253) = 208 \ \frac{kJ}{kg}$$

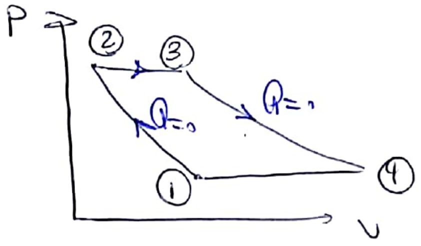
$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{378}{873} = 0.573 \qquad q_{in} = \frac{w_{out}}{\eta} = \frac{208}{0.573} = 364 \ \frac{kJ}{kg}$$

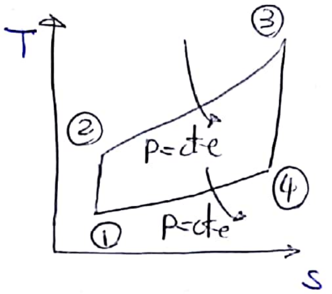
Scanned by CamScanner

سیکل برایتون









$$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{C_p(T_4 - T_1)}{C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}\,\frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \quad , \quad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad , \quad \frac{P_3}{P_4} = \left(\frac{T_3}{T_4}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$P_2 = P_3 ,\ P_1 = P_4 \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \;\downarrow\; \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad , \quad r = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow r = 1 - r_p^{\frac{1-k}{k}}$$

۴۸: هوای ورودی به کمپرسور توربین گاز در 100 kpa و 25°C است. نسبت فشار ۵ و دمای حداکثر 850°C مطلوبست مطالبه نسبت کار برگشتی و بازدهی حرارتی با استفاده از سیکل برایتون.

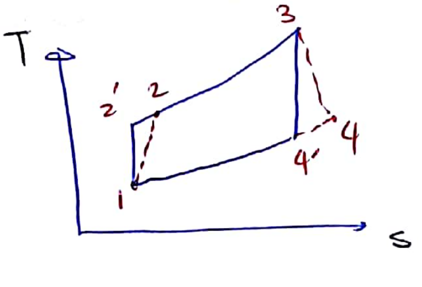
$$\frac{W_{comp}}{W_{turb}} = \frac{C_p(T_2 - T_1)}{C_p(T_3 - T_4)} = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} \quad , \quad T_1 = 298\,K \quad T_3 = 1123\,K \rightarrow$$

$$T_2 = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 298 \times 5^{0{,}2857} = 472\,K$$

$$T_4 = T_3\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1123 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{0{,}2857} = 709{,}1\,K \rightarrow \frac{W_{comp}}{W_{turb}} = \frac{472 - 298}{1123 - 709} = 0{,}42 \quad 42\%$$

$$\eta = 1 - r^{\frac{1-k}{k}} = 1 - 5^{-0{,}2857} = 36{,}9\%$$

۴۹: فرض کنید کمپرسور و توربین گاز مثال قبل هر دو با راندمان 90% کار کنند. با استفاده از سیکل برایتون نسبت کار برگشتی و بازدهی گرمایی را محاسبه کنید.



$$W_{comp} = \frac{W_{comp,s}}{\eta_{comp}} = \frac{C_p}{\eta_{comp}}\left(T_{2'} - T_1\right)$$

Scanned by CamScanner

$W_{comp,s}$ کار آنتروپی ثابت $\longrightarrow W_{comp} = \frac{1.00}{0.8}(472-298) = 217.5 \frac{kJ}{kg}$

$T_{2'} \rightarrow$ حالت فرضی آنتروپی ثابت

$2 \rightarrow$ حالت واقعی

$$W_{turb} = \eta_{turb} W_{turb,s} = \eta_{turb} C_p (T_3 - T_4)$$

$$= 0.8 \times 1 \times (1123 - 709.1) = 331.1 \frac{kJ}{kg}$$

$$\frac{W_{comp}}{W_{turb}} = \frac{217.5}{331.1} = 65.7\%$$

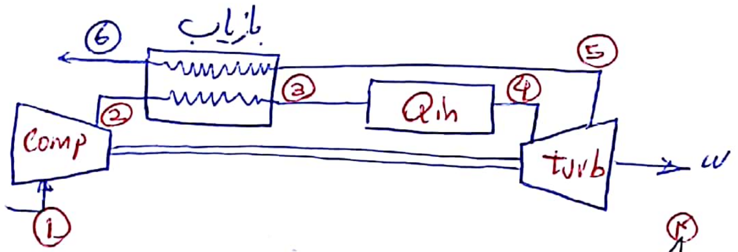
$$q_{in} = h_3 - h_2 = C_p (T_3 - T_2)$$

$$W_{comp} = C_p (T_2 - T_1) \rightarrow 217.5 = 1(T_2 - 298) \rightarrow T_2 = 515.5 K$$

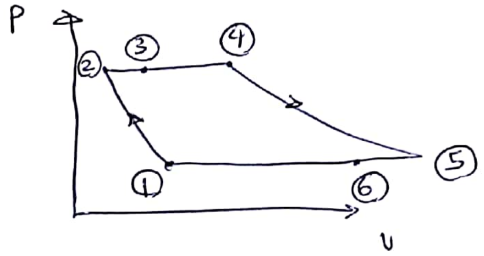
$$q_{in} = 1 \times (1123 - 515.5) = 607.5 \frac{kJ}{kg}$$

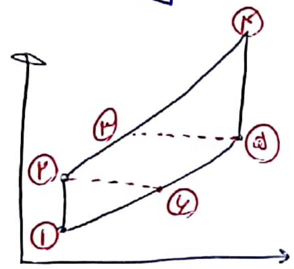
$$\eta = \frac{W_{net}}{q_{in}} = \frac{W_{turb} - W_{comp}}{q_{in}} = \frac{331.1 - 217.5}{607.5} = 18.7\%$$

سیکل توربین گاز با بازیاب



$$\eta = \frac{W_{turb} - W_{comp}}{q_{in}}$$





$T_3 = T_5$

$T_2 = T_6$

$$q_{in} = C_p (T_4 - T_3)$$

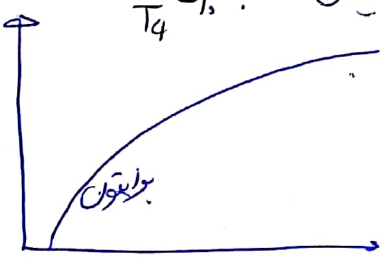
$$W_{turb} = C_p (T_4 - T_5)$$

بازیاب ایده‌آل باشد $\rightarrow q_{in} = W_{turb}$, $T_3 = T_5$

$$\eta = 1 - \frac{W_{comp}}{W_{turb}} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_5} = 1 - \frac{T_1}{T_4}\frac{\frac{T_2}{T_1} - 1}{1 - \frac{T_5}{T_4}} = 1 - \frac{T_1}{T_4}\frac{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_4} r_p^{\frac{k-1}{k}}$$

سوال: در کدام نسبت فشار راندمان سیکل برایتون و سیکل برایتون با بازیاب یکسان است؟ اگر $\frac{T_1}{T_4} = 0.25$



$\rightarrow r_p = 11.32$

Scanned by CamScanner

(بازیاب)

در عمل دمای هوای خارج شده از رژنراتور در مرحله ۳ باید کمتر از دمای ورودی به مرحله ۵ باشد و همچنین $T_6 > T_2$

بازده رژنراتور با این رابطه بیان می‌شود.

$$\eta_{reg} = \frac{h_3 - h_2}{h_5 - h_4} = \frac{T_3 - T_2}{T_5 - T_2}$$

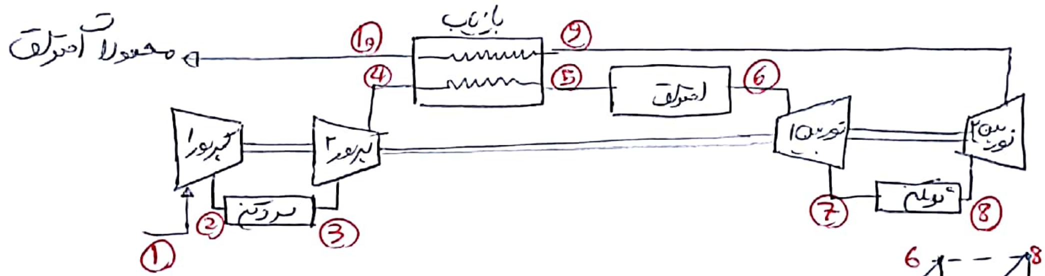
مثال: یک بازیاب را به توربین گازی مثال قبل اضافه می‌کنیم. بازده حرارتی و نسبت کار برگشتی را محاسبه کنید.

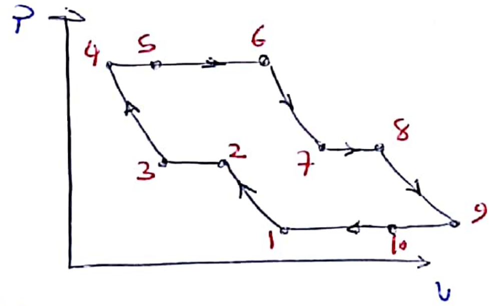
$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_4}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 - \frac{298}{1123} \times 5^{0.2857} = 58\%$$

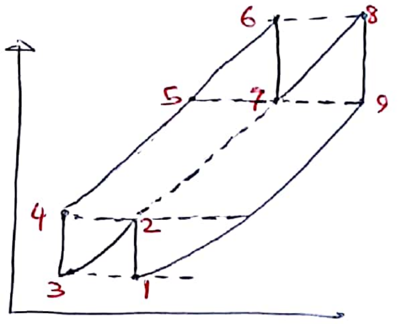
نسبت کار برگشتی تغییر نمی‌کند.

$$\frac{W_{comp}}{W_{turb}} = 42\%$$

خنک‌کن میانی، بازگرمایش و بازیاب







$$\begin{cases} P_1 = P_{10} = P_9 \\ P_3 = P_2 = P_7 = P_8 \\ P_4 = P_5 = P_6 \end{cases}$$ فرضیات

$$\begin{cases} T_1 = T_3 \\ T_2 = T_4 \\ T_5 = T_7 = T_9 \\ T_6 = T_8 \end{cases}$$ فرضیات

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_4}{P_3}, \quad \frac{P_6}{P_7} = \frac{P_8}{P_9}$$

$$\eta = \frac{W_{out}}{q_{in}} = \frac{w_{turb} - W_{comp}}{q_c + q_R} = \frac{c_p(T_6 - T_7) + c_p(T_8 - T_9) - c_p(T_2 - T_1) - c_p(T_4 - T_3)}{c_p(T_6 - T_5) + c_p(T_8 - T_7)}$$

Scanned by CamScanner

۲۸: یک خنک کننده، بازگرمایش و بازیاب به چرخه توربین گازی مثال اول اضافه می کنیم. بازده را حساب کنید.

فشار میانی $P_2 = \sqrt{P_1 P_4} = \sqrt{100 \times 500} = 223{,}6 \text{ kPa}$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 298 \times \left(\frac{223{,}6}{100}\right)^{0{,}2857} = 375 \text{ k}$$

$$T_6 = T_8 = 1123 \text{ k} \quad , \quad P_1 = P_2 \quad , \quad P_6 = P_4$$

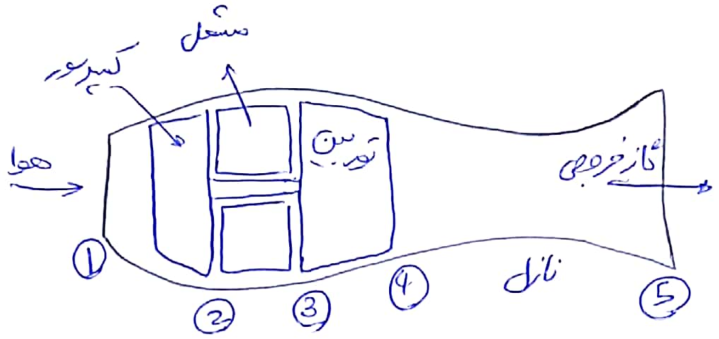
$$T_7 = T_6 \left(\frac{P_7}{P_6}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1123 \times \left(\frac{223{,}6}{500}\right)^{0{,}2857} = 892 \text{ k}$$

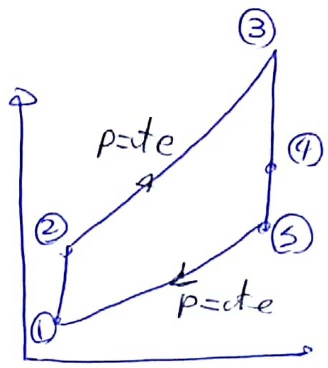
$$\eta = \frac{T_6 - T_7 + T_8 - T_9 - (T_2 - T_1) - (T_4 - T_3)}{T_6 - T_5 + T_8 - T_7} = \frac{230{,}7 + 230{,}7 - 77 - 77}{230{,}7 + 230{,}7} = 66{,}6\%$$

۲۹: در مثال قبل توربین و کمپرسورها دارای راندمان ۸۰٪ باشند راندمان سیکل چقدر خواهد بود؟

Scanned by CamScanner

موتور توربوجت





نیروی رانش $= \dot{m}(V_5 - V_1)$

مثال: یک موتور توربوجت $100\ \frac{lbm}{sec}$ هوا در $5\ psia$ و $-50^\circ F$ با سرعت $600\ \frac{ft}{sec}$ وارد می‌شود. فشار تولید شده توسط کمپرسور $50\ psia$ است. دمای توربین $2000^\circ F$ است. نیروی رانش و توان بر حسب اسب بخار تولید شده توسط موتور را محاسبه کنید.

معادله انرژی برای نازل: $\frac{V_4^2}{2}+h_4=\frac{V_5^2}{2}+h_5 \rightarrow V_5^2 = 2c_p(T_4-T_5)$

$T_1=410R$ $\quad \frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 410\times\left(\frac{50}{5}\right)^{0,2857}=791,6R$

کار کمپرسور = کار توربین

$h_2-h_1=h_3-h_4 \rightarrow T_3-T_4=T_2-T_1 \rightarrow T_4=2460-(791,6-410)=2078R$

$P_4=P_3\left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 50\left(\frac{2078}{2460}\right)^{3,5}=27,70\ psia$

$P_5=5\ psia$ $\quad T_5=T_4\left(\frac{P_5}{P_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 2078\left(\frac{5}{27,7}\right)^{0,2857}=1274\ R$

$V_5=\left[2c_p(T_4-T_5)\right]^{\frac{1}{2}}=\left[(2)(0,24)(778)(32,2)(2078-1278)\right]^{\frac{1}{2}}=3109\ \frac{ft}{sec}$

دقت کنید $c_p=\left(0,24\ \frac{Btu}{lbm.R}\right)\times\left(778\ \frac{ft-lbf}{Btu}\right)\times\left(32,2\ \frac{lbm.ft}{lbf.s^2}\right)$

نیروی رانش $=\dot{m}(V_5-V_1)=\left(\frac{100}{32,2}\right)(3109-600)=7790\ lbf$

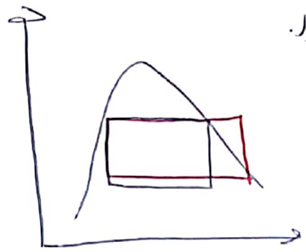
$hp=\frac{\text{سرعت} \times \text{نیروی رانش}}{550}=\frac{7790\times 600}{550}=8500\ hp$

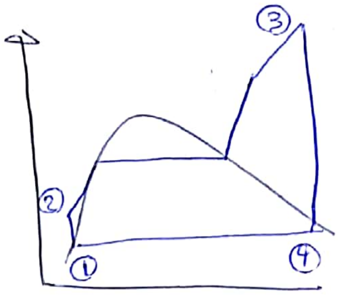
$550\ \frac{ft.lbf}{s}=1hp$

Scanned by CamScanner

سیکلهای توان بخار   سیکل رانکین

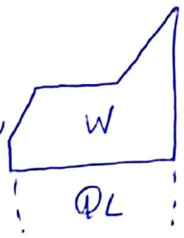
سوال اصلی این است که چطور می‌توان از سیستم دوفازی (بخار-مایع) سیکل کارنو استفاده نمود.





حالت مشکلی و تقریباً غیرممکن است.

$1 \to 2$	پمپ	آنتروپی ثابت
$2 \to 3$	بویلر	فشار ثابت
$3 \to 4$	توربین	آنتروپی ثابت
$4 \to 1$	کندانسور	فشار ثابت



سطح زیر w

سطح زیر نمودار Q_L

(اگر صورت سوال ذکر نکند) w_P قابل اغماض

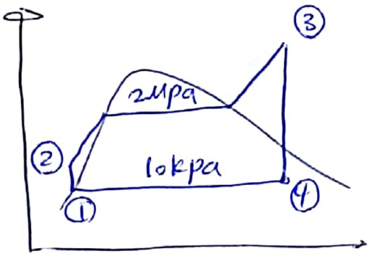
$$\eta = \frac{w_T - w_P}{q_B} \sim \eta = \frac{w_T}{q_B}$$

$$w_P = v_1 (P_2 - P_1)$$

$$q_B = h_3 - h_2 \ , \ w_T = h_3 - h_4$$

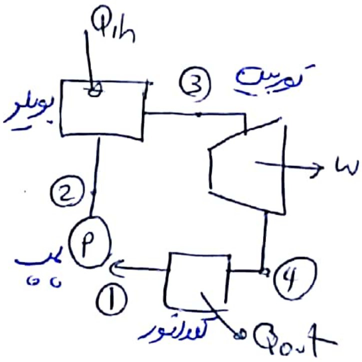
$$q_C = h_4 - h_1$$

مثال: نیروگاه بخاری که در فشار حداقل 10kpa و حداکثر 2Mpa و دمای حداکثر $400°C$ کار می‌کند. حداکثر راندمان سیکل چقدر است؟ (مطابق شکل)



ابتدا جدول خوانی: نقطه ① روی حالت مایع اشباع است. و فشار معلوم است.

$$h_1 = h_f = 191{,}8 \ \frac{kJ}{kg} \quad @10kpa$$



کار پمپ $w_P = v_1 (P_2 - P_1) = \frac{1}{1000}(2000 - 10) = 1{,}99 \ \frac{kJ}{kg}$

$$h_2 = h_1 + w_P = 191{,}8 + 1{,}99 = 194$$

$$q_B = h_3 - h_2 = 3248 - 194 = 3054$$

h فوق داغ (جدول فوق داغ) $@ 2Mpa, 400°C \to 3248$

حالت 4 دوفازی است نیاز به x است. پس x را بدست آوردم.

$$S_3 = S_4 = 7{,}1279 : \ S_4 = S_f + x_4 S_{fg}$$

$$7{,}1279 = 0{,}6491 + 7{,}5019\, x_4 \to x_4 = 0{,}8636$$

$$h_4 = 192 + 0{,}8636(2393) = 2259 \ \frac{kJ}{kg}$$

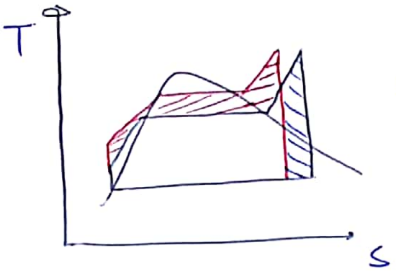
$$w_T = h_3 - h_4 = 3248 - 2259 = 989 \ \frac{kJ}{kg}$$

$$\eta = \frac{w_T - w_P}{q_B} = \frac{989 - 2}{3054} = 32{,}33\%$$

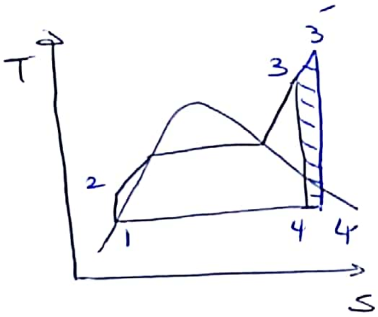
معمولاً سهم کار پمپ تقریباً ۲٪ کار توربین است.

Scanned by CamScanner

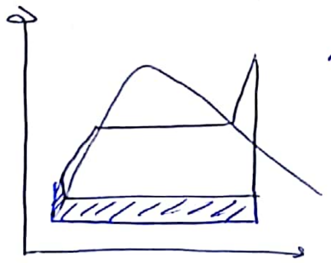
روشهای افزایش راندمان سیکل رانکین



افزایش فشار بویلر:
- ترم منفی افزایش کار
- آبی که کاهش کار
- افزایش نم رطوبتی
- هزینه بیشتر برای فشار بالاتر



افزایش دمای فوق داغ:
- افزایش سطح کار
- هزینه بیشتر برای جنس لوله بویلر و توربین در دمای بالاتر



کاهش فشار کندانسور:
- افزایش کار
- انتقال حرارت حالا بیشتر
- فشار منفی مشکل است

ex: فشار بویلر مثال قبل به 4MPa افزایش می یابد (دمای حداکثر و فشار حداقل ثابت اند). درصد افزایش راندمان چقدر است؟

h_2 ثابت است $= 192 \frac{kJ}{kg}$

$@\ 400^\circ C ,\ 4MPa \longrightarrow \begin{cases} h_3 = 3214 \frac{kJ}{kg} \\ S_3 = 6{,}7689 \frac{kJ}{kg.k} \end{cases}$

نقطه ۴ رطوبتی است $\quad S_3 = S_4 \longrightarrow x_4 = \frac{S_4 - S_f}{S_{fg}} = \frac{6{,}7698 - 0{,}6491}{7{,}50} = 0{,}8159$

$h_4 = h_f + x h_{fg} = 192 + 0{,}8159 \times 2393 = 2144 \frac{kJ}{kg}$

$q_B = h_3 - h_2 = 3214 - 192 = 3022$

$w_T = h_3 - h_4 = 3214 - 2144 = 1070 \longrightarrow \eta = \frac{1070}{3022} = 0{,}3541$

افزایش $\% = \frac{0{,}3541 - 0{,}3232}{0{,}3232} \times 100 = 9{,}55\%$

Scanned by CamScanner

ex: دمای حداکثر در سیکل مثال اول تا $600°C$ با ثابت ماندن فشار بویلر و فشار چگالنده افزایش می‌یابد. افزایش بازدهی را محاسبه کنید.

$$@\ 600°C,\ 2\,Mpa \rightarrow h_3 = 3690\ \frac{kJ}{kg}$$

$$S_3 = 7{,}7032\ \frac{kJ}{kg}$$

$$S_3 = S_4 \rightarrow x_4 = \frac{7{,}7032 - 0{,}6491}{7{,}5019} = 0{,}9403$$

$$h_4 = 192 + 0{,}9403 \times 2392 = 2442\ ,\ \eta = \frac{W_T}{q_B} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_2} = \frac{3690 - 2442}{3690 - 192}$$

$$\eta = 35{,}68\,\%$$

$$\%\text{افزایش} = \frac{0{,}3568 - 0{,}3232}{0{,}3232} \times 100 = 10{,}4\,\%$$

ex: فشار چگالنده مثال اول به $4\,kpa$ کاهش می‌یابد و فشار بویلر و حداکثر دما ثابت است. درصد افزایش بازدهی؟

$$h_3 = 3248 \qquad S_3 = S_4 = 7{,}1279 \qquad x_4 = \frac{S_4 - S_f}{S_{fg}} = \frac{7{,}1279 - 0{,}4225}{8{,}0529} = 0{,}8327$$

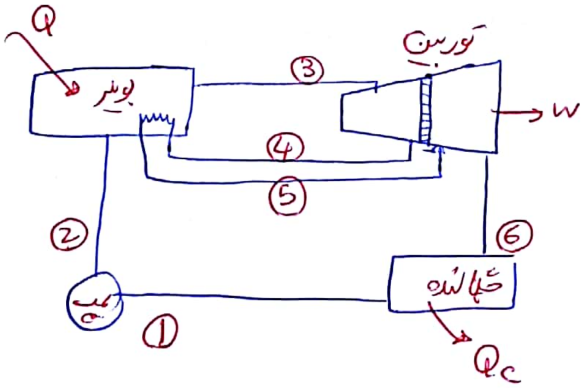
$$h_2 = 192 \qquad P_4 = 4\,kpa$$

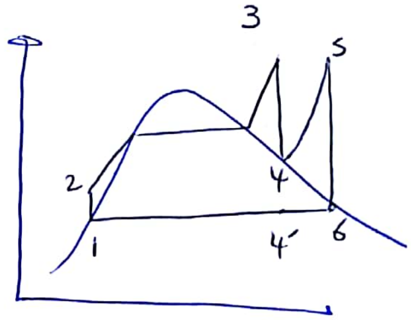
$$h_4 = 121 + 0{,}8327 \times 2443 = 2147$$

$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_2} = \frac{3248 - 2147}{3248 - 192} = 0{,}3603$$

$$\%\text{افزایش} = \frac{0{,}3603 - 0{,}3232}{0{,}3232} \times 100 = 11{,}5\,\%$$

بازگرمایش





بیشتر اجتناب از تولید قطرات در توربین است. بازگرمایش تاثیر زیادی بر راندمان ندارد.

لزوما نقطه ۴ روی خط اشباع نیست.

$$\eta = \frac{W_T}{Q_{in}} = \frac{W_{34} + W_{56}}{q_{32} + q_{54}}$$

Scanned by CamScanner

مثال: بخار فوق داغ در 600 Psia و 1000°F وارد توربین می شود. در 40Psia بازگرمایش انجام می شود تا دمای 600°F گرم می شود و سپس تا 2psia منبسط می شود. بازده سیکل چقدر است؟

@ 2psia $\longrightarrow h_1 \simeq h_2 = 94 \ \frac{Btu}{lbm}$

@ 600 psia, 1000°F $\longrightarrow h_3 = 1518$, $s_3 = 1{,}716 = s_4 \longrightarrow h_4 = \left(\frac{1{,}716 - 1{,}712}{1{,}737 - 1{,}712}\right)(1217 - 1197) + 1197 = 1200 \ \frac{Btu}{lbm}$

@ 40psia, 600°F $\quad s_5 = 1{,}862 = s_6 \longrightarrow x_6 = \frac{1{,}862 - 0{,}175}{1{,}745} = 0{,}9668$

$h_5 = 1333$

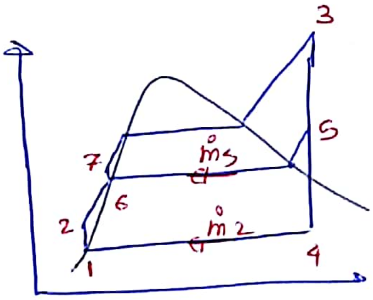
$\longrightarrow h_6 = 94 + 0{,}9668 \times 1022 = 1082$

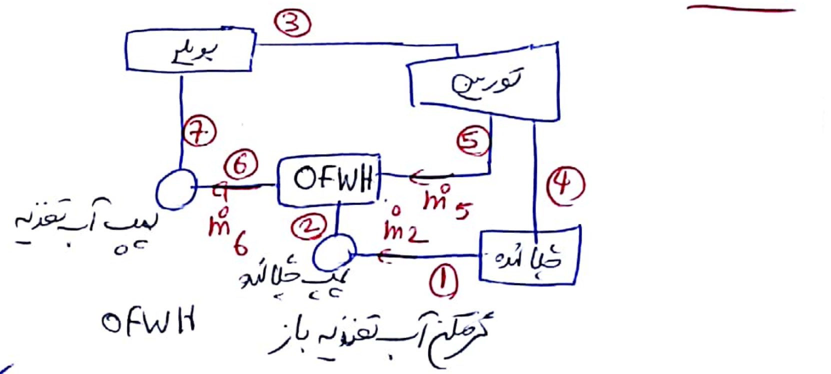
$q_B = (h_5 - h_4) + (h_3 - h_2) = 1333 - 1200 + 1518 - 94 = 1557$

$w_T = (h_5 - h_6) + (h_3 - h_2) = 1333 - 1082 + 1518 - 1200 = 569$

$\eta_{th} = \frac{w_T}{q_B} = \frac{569}{1557} = 36{,}5\%$

بازیابی

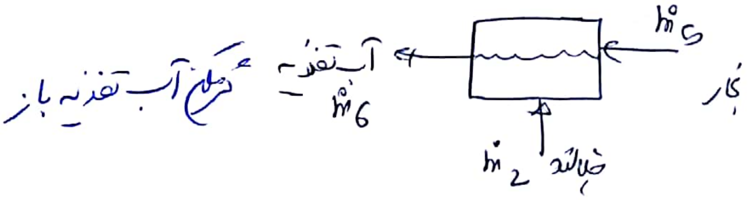


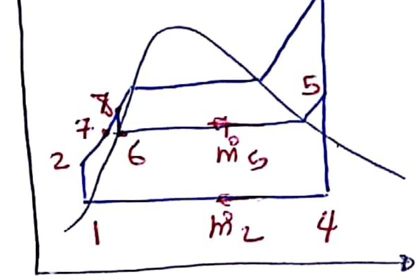


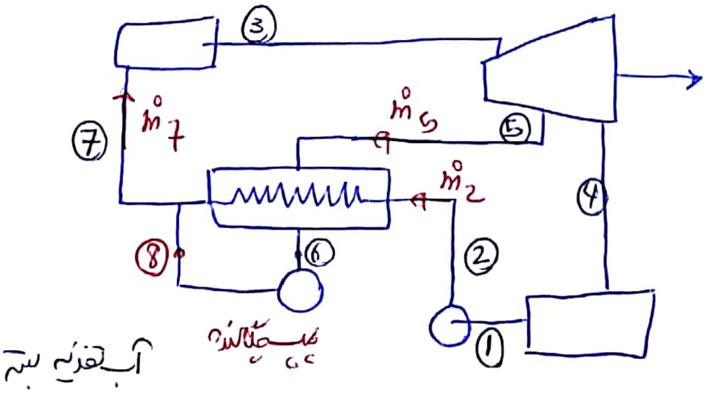
جرم $\dot m_6 = \dot m_5 + \dot m_2$

انرژی $\dot m_6 h_6 = \dot m_5 h_5 + \dot m_2 h_2$

معادلات گرمکن

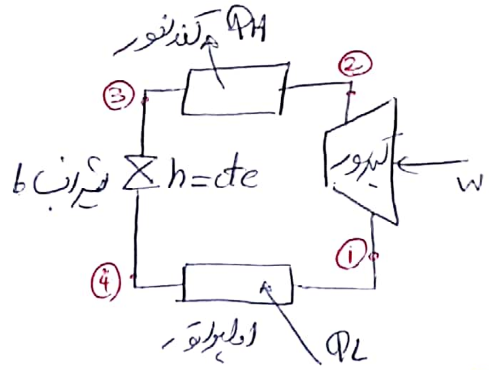


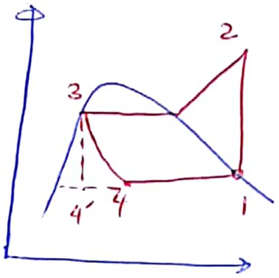




Scanned by CamScanner

سیکل تبرید تراکمی





تن تبرید مقدار حرارتی است که از یک تن آب صفر درجه در مدت 24 ساعت گرفته می شود تا به یخ صفر تبدیل شود

$1TR = 12000 \frac{Btu}{hr} = 3.52\ kW$

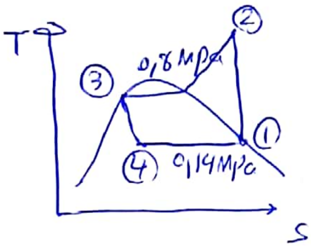
$1 \to 2: \quad \dot m_{Ref}(h_2-h_1)=W_{in}$ تراکم آنتروپی ثابت $\qquad COP = \frac{Q_L}{W_{in}}$

$2 \to 3: \quad \dot m(h_2-h_3)=Q_H$ فشار ثابت

$3 \to 4: \quad h_3=h_4$ آنتالپی ثابت

$4 \to 1: \quad h_1-h_4=Q_L$

ex. یخچال از مبرد R134a به عنوان سیال عامل استفاده می کند و بر مبنای سیکل تراکم ایده آلی بین 0.14 و 0.8 Mpa عمل می کند. اگر آهنگ جرمی مبرد $0.05\ \frac{kg}{s}$ باشد. مطلوبست: الف – آهنگ دفع گرما از فضای تبرید شده و قدرت داده شده به کمپرسور ب – آهنگ دفع گرما به محیط ج – COP یخچال



جدول R134a

$P_1=0.14\ Mpa$ (اشباع) $\longrightarrow h_1=h_g@0.14\,Mpa = 236.04\ \frac{kJ}{kg}$

$s_1 = s_g@0.14 = 0.9322$

$P_2 = 0.8\ Mpa,\ s_2=s_1 \longrightarrow h_2 = 272.05$

$P_3=0.8\ Mpa \longrightarrow h_3=h_f@0.8\,Mpa = 93.42\ \frac{kJ}{kg}$

$h_3=h_4 \longrightarrow h_4 = 93.42$

$Q_L = \dot m(h_1-h_4) = 0.05\ \frac{kg}{s}(236.04 - 93.42) = 7.13\ kW$

$\dot W_{comp} = \dot m(h_2-h_1) = 0.05\ \frac{kg}{s}(272.05-236.04) = 1.8\ kW$

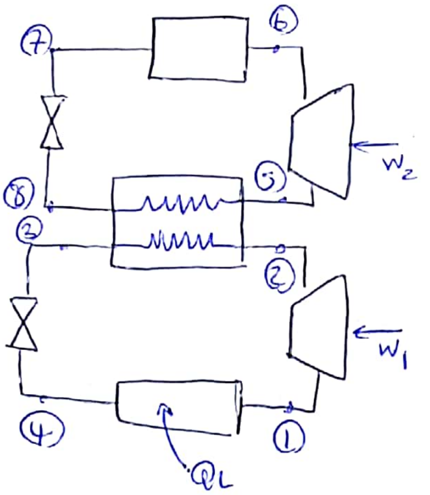
$Q_H = \dot m(h_2-h_3) = 0.05 \times (272.05 - 93.42) = 8.93$ یا $Q_H = Q_L + W = 7.13+1.8 = 8.93$

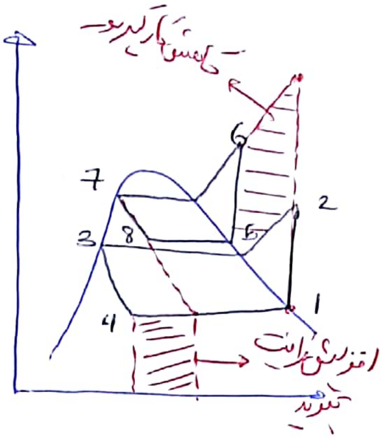
$COP_R = \frac{Q_L}{W} = \frac{7.13}{1.8} = 3.96$

Scanned by CamScanner

تبرید تبخیر چندمرحله‌ای

تبرید تبخیری دو مرحله‌ای



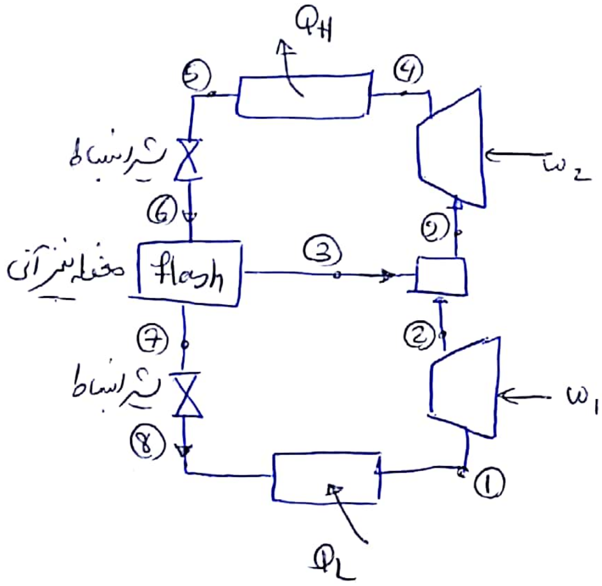


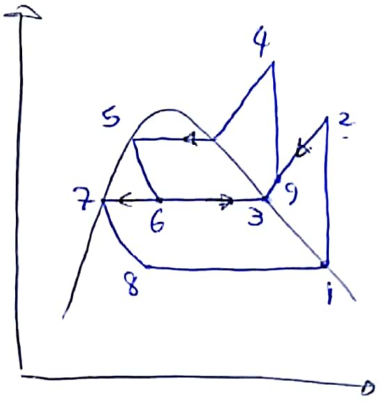
$$COP_{\text{طبقه‌ای}} = \frac{\dot{Q}_L}{W}$$

$$COP = \frac{\dot{m}_B (h_1 - h_4)}{\dot{m}_A (h_6 - h_5) + \dot{m}_B (h_2 - h_1)}$$

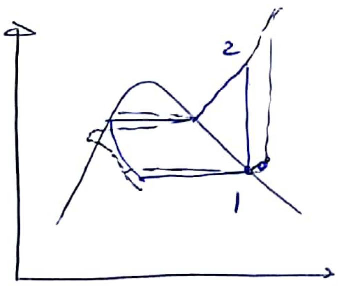
$$\dot{m}_A (h_5 - h_8) = \dot{m}_B (h_2 - h_3) \rightarrow \frac{\dot{m}_A}{\dot{m}_B} = \frac{h_2 - h_3}{h_5 - h_8}$$

تبرید زنجیری با محفظه تبخیر آنی (فلش)





سیکل تبرید غیر ایده‌آل



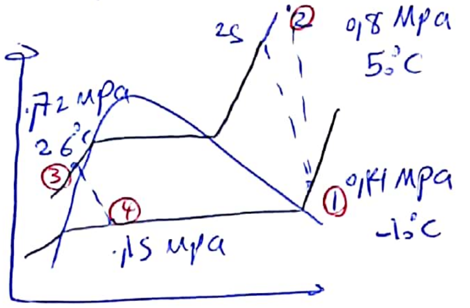
عوامل غیر ایده‌آل بودن:
- شروع از نقطه غیر اشباع — کمپرسور غیر آنتروپیک
- کندانسور فشار ثابت نیست (افت فشار)
- اواپراتور هم افت فشار دارد.
- (شیر اختناق خودش نامناسب عمل می‌کند و تغییر ندارد.)

اگر بخواهیم ایده‌آل باشد باید به جای شیر اختناق از توربین استفاده شود که در سیکل گازی انجام می‌شود

Scanned by CamScanner

مثال تبرید تراکمی چندمرحله‌ای و تبرید غیرایده‌آل

مثال: مبرد R134a به صورت بخار فوق گرم با آهنگ 0.05 $\frac{kg}{s}$ در شرایط 0.14 MPa و $-10°C$ وارد کمپرسور یخچالی شده و در شرایط 0.8 MPa و $50°C$ از آن خارج می‌شود. مبرد در کندانسور تا $26°C$ و 0.72 MPa خنک می‌شود و تا 0.15 MPa در اختناق فشارشکنی می‌شود. با صرف‌نظر از هرگونه انتقال حرارت و افت فشار در خطوط بین اجزاء. مطلوبست الف- آهنگ دفع گرما از فضای تبرید شده و قدرت داده شده به کمپرسور ب- بازده آیزنتروپیک کمپرسور ج- ضریب عملکرد یخچال



$P_1 = 0.14\ MPa \rightarrow h_1 = 243.4\ \frac{kJ}{kg}$

$T_1 = -10°C$

$P_2 = 0.8\ MPa \rightarrow h_2 = 284.39\ \frac{kJ}{kg}$

$T_2 = 50°C$

$P_3 = 0.72\ MPa \rightarrow h_3 = h_{f@25°C} = 85.75\ \frac{kJ}{kg}$

$T_3 = 26°C$

$h_3 = h_4 \rightarrow h_4 = 85.75\ \frac{kJ}{kg}$

$\dot{Q}_L = \dot{m}(h_1 - h_4)$

$= 0.05 \times (243 - 85.75) = 7.88\ kW$

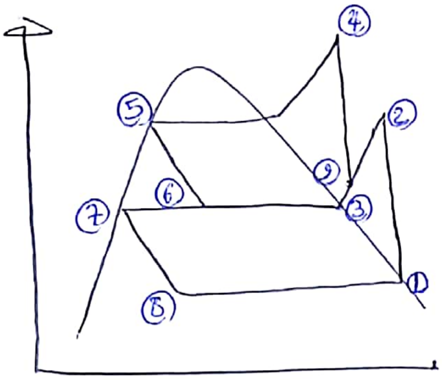
$\dot{W} = \dot{m}(h_2 - h_1) = 0.05 \times (284.39 - 243.4) = 2.05$

$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$, $S_{2s} = S_1 = 0.9606$, $P_{2s} = 0.8\ MPa \rightarrow h_{2s} = 281.05 \rightarrow \eta_c = \frac{281.05 - 243.4}{284.39 - 243.4} = 91.9\%$

$COP_R = \frac{Q_L}{W} = \frac{7.888}{2.05} = 3.84$

مثال: سیستم تبرید دو مرحله‌ای با محفظه تبخیر آنی بین حدود فشار 0.8 و 0.14 MPa کار می‌کند. سیال عامل مبرد 134a است. مبرد به صورت مایع اشباع از کندانسور خارج می‌شود و در محفظه تبخیر آنی تا 0.32 MPa منبسط می‌شود. قسمتی از مبرد در این فرایند تبخیر می‌شود و این بخار با مبرد خروجی از کمپرسور فشار پایین مخلوط می‌شود. مخلوط سپس توسط کمپرسور فشار بالا تا فشار کندانسور متراکم می‌شود. مایع در محفظه تبخیر آنی تا فشار اواپراتور منبسط می‌شود و هنگام تبخیر در اواپراتور از فضای تبرید شده گرما می‌گیرد. اگر مبرد به صورت بخار اشباع از اواپراتور خارج شود و هر دو کمپرسور را آیزنتروپیک تلقی کنیم مطلوبست الف- کسری از مبرد که هنگام انبساط در محفظه تبخیر آنی به بخار تبدیل می‌شود. ب- مقدار گرمای جذب شده از فضای تبرید شده و کار کمپرسور برای جرم واحد مبرد که از کندانسور جاری است. ج- ضریب عملکرد

Scanned by CamScanner



$h_1 = 236{,}04$

$h_2 = 252{,}71$

(5) $h_9 = 251{,}88$

$h_3 = 248{,}66$

$h_4 = 271{,}13$

$h_5 = 93{,}42$

$h_6 = 93{,}42$

$h_7 = 53{,}31$

$h_8 = 53{,}31$

الف $x_6 = \dfrac{h_6 - h_f}{h_{fg}} = \dfrac{93{,}42 - 53{,}31}{195{,}35} = 0{,}205$

$(ب) = q_L = (1-x_6)(h_1 - h_8) = (1 - 0{,}205)\left[236{,}04 - 53{,}31\right] = 145{,}27$

$w_{ورودی} = w_{comp_1} + w_{comp_2} = (1-x_6)(h_2 - h_1) + (1)(h_4 - h_9)$

محفظه اختلاط : $\sum m_e h_e = \sum m_i h_i \rightarrow (1) h_9 = x_6 h_3 + (1-x_6) h_2$

$h_9 = 0{,}205 \times 248{,}66 + (1 - 0{,}205)(252{,}71) = 251{,}88$

$s_9 = 0{,}9292 \longrightarrow h_4 = 271{,}13$

$s_4 = s_9$, $P_4 = 0{,}8\ \text{Mpa}$

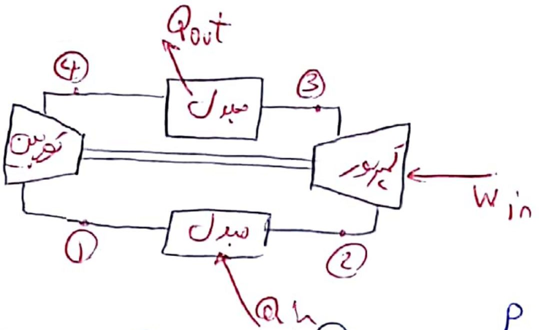
$w_{ورودی} = (1 - 0{,}205)\left[251{,}8 - 236{,}04\right] + (271{,}3 - 251{,}88)$

$= 31{,}84$

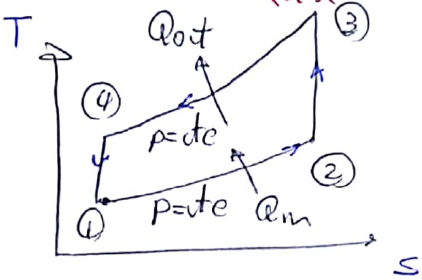
$COP_R = \dfrac{q_L}{w} = \dfrac{145{,}27}{31{,}84} = 4{,}56$

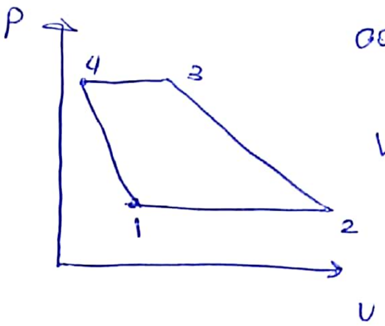
Scanned by CamScanner

سیکل تبرید گازی



چنانچه سیکل برایتون معکوس شود به سیکل تبرید گازی می‌رسیم





$$COP_R = \frac{\text{اثر مطلوب}}{\text{ورودی صرف شده}} = \frac{Q_{in}}{W_{in}}$$

$$W_{in} = \dot{m}\,(Q_{comp} - W_{turb})$$

مثال: هوا در ‎-10°C‎ و 100kPa وارد کمپرسور یک سیکل تبرید گازی ایده‌آل می‌شود. برای نسبت تراکم 10 و دمای ورودی به توربین 30°C، حداقل دمای سیکل و ضریب عملکرد را محاسبه کنید.

$$T_3 = T_2\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 263 \times 10^{0{,}2857} = 508\,K$$

$$T_1 = T_4\left(\frac{P_1}{P_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 303 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{0{,}2857} = 157\,K = -116\,°C$$

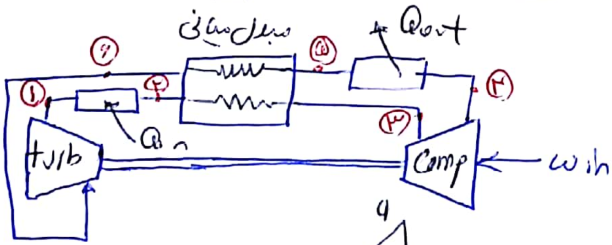
$$q_{in} = C_p(T_2 - T_1) = 1 \times (263 - 157) = 106\ \frac{kJ}{kg}$$

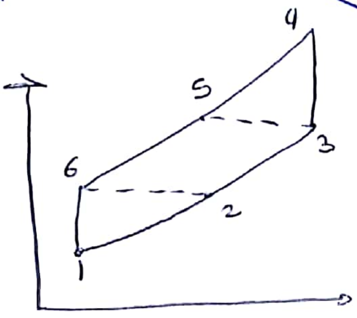
$$w_{comp} = C_p(T_3 - T_2) = 1 \times (508 - 263) = 245$$

$$w_{turb} = C_p(T_4 - T_1) = 1 \times (303 - 157) = 146$$

$$\rightarrow COP = \frac{q_{in}}{w_{comp} - w_{turb}} = \frac{106}{245 - 146} = 1{,}07$$

مثال: در مثال قبل از یک مبدل داخلی ایده‌آل برای بازتوانی استفاده می‌کنیم. بنابراین دمای هوای ورودی به توربین ‎-40°C‎ است. دمای حداکثر سیکل و ضریب عملکرد؟





$$T_6 = T_2 = 233\,K$$

$$T_5 = T_3 = 263\,K$$

$$T_1 = T_6\left(\frac{P_1}{P_6}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 233 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{0{,}2857} = 121\,K = -152\,°C$$

$$q_{in} = C_p(T_2 - T_1) = 1 \times (233 - 121) = 112$$

$$w_{comp} = C_p(T_4 - T_3) = 1 \times (508 - 263) = 245$$

$$w_{turb} = C_p(T_6 - T_1) = 1 \times (233 - 121) = 112$$

$$COP = \frac{q_{in}}{w_{comp} - w_{turb}} = \frac{112}{245 - 112} = 0{,}842$$

Scanned by CamScanner

مخلوط‌ها

کسر مولی $y_i = \frac{N_i}{N}$ $\quad N = N_1 + N_2 + \dots = \sum N_i \rightarrow \sum y_i = 1$

نسبت جرمی $mf_i = \frac{m_i}{m}$ $\quad m = m_1 + m_2 + \dots = \sum m_i \quad \sum mf_i = 1$

(f) عوض گفته می‌شود

$$M = \frac{m}{N} = \frac{\sum N_i M_i}{N} = \sum y_i M_i \quad , \quad R = \frac{R_u}{M}$$

دالتون — برای گاز ایده‌آل

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \quad , \quad P_i = \frac{N_i R_u T}{V} \rightarrow \frac{P_i}{P} = \frac{V_i}{V} = y_i$$

$$P = \frac{N R_u T}{V}$$

خواص مخلوط‌های گازهای ایده‌آل

$$H = \sum H_i = H_1 + H_2 + \dots$$

$$H = m\,h = \sum m_i h_i \quad , \quad h = N\bar{h} = \sum N_i \bar{h}_i$$

علامت ـ روی هر خاصیت به معنی پایه مولی آن است.

$$h = \sum mf_i\, h_i \quad , \quad \bar{h} = \sum y_i \bar{h}_i$$

$$C_p = \sum mf_i\, c_{p_i} \quad , \quad \bar{C}_p = \sum y_i \bar{C}_{p_i} \quad , \quad C_v = \sum mf_i\, C_{v_i} \quad , \quad \bar{C}_v = \sum y_i \bar{C}_{v_i}$$

مثال: آنالیز جرمی مخلوطی از سه گاز N_2 20%، CO_2 40%، O_2 20% داده شده است. گرمای لازم برای اینکه دمای گاز از 80°F به 300°F برسد چقدر است؟

$$Q - \cancel{W_b} = \Delta U = m\Delta u = m C_v \Delta T$$

از جدول C_v ⟶

$C_{v\,N_2} = 0{,}177\ \frac{Btu}{lb_m R}$

$C_{v\,CO_2} = 0{,}158$

$C_{v\,O_2} = 0{,}157$

$$C_v = \sum C_{v_i} \cdot mf_i = 0{,}2 \times 0{,}177 + 0{,}4 \times 0{,}158 + 0{,}2 \times 0{,}157 = 0{,}161\ \frac{Btu}{lbm\,R}$$

$$Q = m C_v \Delta T = 20 \times 0{,}161 \times (300 - 80) = 708\ Btu$$

مثال: آنالیز مولی هوا شامل N_2 78% و O_2 22% است. تعیین کنید. الف- نسبت مولی ب- آنالیز وزنی ج- ثابت گازها د- جرم مولکولی

$y_1 = 0{,}78$

$y_2 = 0{,}22$

فرض ۱۰۰ مول مخلوط ⟶

$$m_1 = N_1 M_1 = 78 \times 28 = 2184 \rightarrow m = 2888$$

$$m_2 = N_2 M_2 = 22 \times 32 = 704$$

$$mf_1 = \frac{m_1}{m} = \frac{2184}{2888} = 0{,}756$$

$$mf_2 = \frac{m_2}{m} = \frac{704}{2888} = 0{,}244$$

پس آنالیز جرمی مخلوط شامل 75,6% و 24,4% است.

Scanned by CamScanner

$$M = \frac{m}{N} = \frac{2888}{100} = 28{,}9 \ \frac{kg}{Kmol}$$

$$R = \frac{R_u}{M} = \frac{8{,}314}{28{,}9} = 0{,}288 \ \frac{kJ}{kg.K}$$

۲۸: مخلوطی ۲ مول CO_2، ۴ مول N_2 را که به صورت بی دررو مخلوط از 100 kPa و 20°C به 2 MPa متراکم می‌شود با فرض ثابت بودن گرماهای مخصوص، محاسبه کنید. الف- دمای نهایی ب- کار مصرفی ج- تغییر آنتروپی

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$ k نامعلوم ؟

$$m = N_1 M_1 + N_2 M_2 = 200 \ kg$$

	CO_2	N_2
C_v	0,653	0,745
C_p	0,842	1,042

$$C_v = mf_1 C_{v_1} + mf_2 C_{v_2} = \frac{88}{100} \times 0{,}653 + \frac{112}{200} \times 0{,}745 = 0{,}705$$

$$C_p = mf_1 C_{p_1} + mf_2 C_{p_2} = \frac{88}{100} \times 0{,}842 + \frac{112}{200} \times 1{,}042 = 0{,}954$$

$$\longrightarrow k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{0{,}954}{0{,}705} = 1{,}353$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 293 \times \left(\frac{2000}{1000}\right)^{0{,}353/1{,}353} = 640 \ K \text{ یا } 367°C$$

$$W = -\Delta U = -m\Delta u = -mC_v \Delta T = (-200)(0{,}705)(367-20) = -48{,}9 \ MJ$$

$$\Delta S = C_p \ln\frac{T_2}{T_1} - R \ln\frac{P_2}{P_1} = 0{,}954 \ln\frac{640}{293} - \frac{8{,}314}{(\frac{2}{6})(44)+(\frac{4}{6})(28)} \ln\frac{2000}{100}$$

$\Delta S = -0{,}00184$ تقریباً صفر است → [illegible]

Scanned by CamScanner

مخلوط گاز – بخار و تهویه مطبوع

تعاریف اولیه

سایکرومتری یا رطوبت سنجی به تعیین خواص مخلوط بخار – گاز اطلاق می شود که آب و هوای ... باشند.

مخلوط گازی ایده‌ال

مدل دالتون: در این مدل فشار جزئی هر یک از اجزای مخلوط گازی عبارت است از فشاری که آن جزء از گاز اعمال می کرد اگر تنها گاز موجود در حجم و دمای مورد نظر می بود. یعنی فشار کل مخلوط برابر مجموع فشار جزئهای آن است.

$$P_t=\sum_{i=1}^{n} P_i$$

مدل آماگات: حجم جزئی هر یک از اجزای مخلوط گازی عبارت است از حجمی که آن جزء از گاز اشغال می کرد اگر تنها گاز موجود در دما و فشار بود.

حجم کل = مجموع حجمهای جزئی

$$V_t=\sum_{i=1}^{n} V_i$$

هوا: هوا مخلوطی از گاز اکسیژن و نیتروژن و مقدار ناچیزی از گازهای دیگر است.

هوای اتمسفریک: هوای اتمسفر که شامل مقداری بخار آب است.

هوای خشک: هوایی که فاقد بخار آب است. ترکیب هوای خشک تقریباً ثابت است. (O_2 %21 و N_2 %79)

هوای مرطوب: بنابراین هوا = مخلوط ایده‌ال هوای خشک + بخار آب

$$P=P_a+P_v$$

P_a ↓ فشار جزئی هوای خشک

P_v ↓ فشار جزئی بخار آب → فشار بخار → فشاری که بخار آب به تنهایی در دما و حجم مخلوط دارد. از جدول بخار اشباع برحسب دما قابل خواندن است.

$$P=\frac{n\bar{R}T}{V}=\frac{m\left(\frac{\bar{R}}{M}\right)T}{V}$$

هوای خشک: $$P_a=\frac{n_a\bar{R}T}{V}=\frac{m_a\left(\frac{\bar{R}}{M_a}\right)T}{V}$$

بخار آب: $$P_v=\frac{n_v\bar{R}T}{V}=\frac{m_v\left(\frac{\bar{R}}{M_v}\right)T}{V}$$

نسبت رطوبت: نسبت رطوبت یا رطوبت مخصوص = نسبت جرم بخار آب به جرم هوای خشک

$$\omega=\frac{m_v}{m_a}$$

فرمول رطوبت برحسب فشار

$$\omega=\frac{m_v}{m_a}=\frac{\frac{M_vP_vV}{\bar{R}T}}{\frac{M_aP_aV}{\bar{R}T}}=\frac{M_v}{M_a}\frac{P_v}{P_a}=\frac{18}{29}\frac{P_v}{P_a}=0{,}622\frac{P_v}{P_a}$$

$$\omega=0{,}622\frac{P_v}{P-P_v}$$

P_v → فشار بخار

P → فشار کل

رطوبت نسبی: جرم بخار آب موجود در هوا به حداکثر مقدار جرم بخار آب ممکن در همان دما (هوای اشباع شده از بخار آب).

$$\varphi=\frac{m_v}{m_g}=\frac{M_vP_vV/\bar{R}T}{M_vP_gV/\bar{R}T}=\frac{P_v}{P_g}$$

P_v: فشار جزئی بخار در مخلوط

P_g: فشار بخار اشباع در دمای مخلوط

Scanned by CamScanner

هوای اشباع: هوایی است که از رطوبت، اشباع شده است و هر رطوبتی وارد آن شود چگالیده می‌شود.

ex: هوای اتاق در دمای 30°C رطوبت نسبی $\varphi=70\%$ دارد. اگر فشار کل برابر 100kPa باشد و فشار اشباع بخار آب در دمای اتاق $P_g=8\ kPa$ (از جدول ترمودینامیکی) باشد. رطوبت مخصوص چقدر است؟

$$\omega = 0/622\,\frac{P_v}{P-P_v} \longrightarrow \omega = 0/622 \times \frac{5/6}{100-5/6} = 3/7\times10^{-2}$$

$$\varphi = \frac{P_v}{P_g} \rightarrow 0/7 = \frac{P_v}{8} \rightarrow P_v = 5/6\ kPa$$

ex: 20 kg هوای خشک و 0/2 kg بخار آب در یک ظرف صلب موجودند. اگر دما و فشار مخلوط به ترتیب 30°C و 100 kPa باشد. فشار اشباع در دمای 30°C برابر 4 kPa باشد، درصد رطوبت نسبی مخلوط چقدر است؟

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{0/2}{20} = 0/01 \qquad P_g = P^{sat}\Big|_{T=30^\circ C} = 4\ kPa$$

$$\omega = 0/622\,\frac{P_v}{P-P_v}\ ,\ \varphi = \frac{P_v}{P_g} \rightarrow \omega = 0/622\,\frac{\varphi P_g}{P-\varphi P_g} \Rightarrow \varphi = \frac{\omega P}{(0/622+\omega)P_g}$$

$$\varphi = \frac{0/01\times100}{(0/622+0/01)4} = 0/4 \ \text{یا}\ 4\%$$

تعیین H: برای تعیین H و S و U هوای مرطوب می‌توان از مجموع مقادیر مربوط به هوای خشک و بخار آب استفاده نمود.

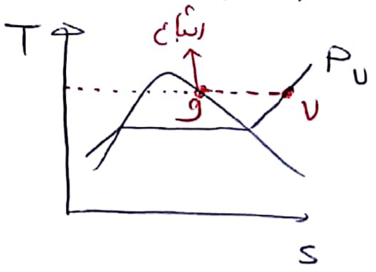
$$H = H_a + H_v = m_a h_a + m_v h_v$$

$$\frac{H}{m_a} = \text{آنتالپی هوای مرطوب بر واحد جرم هوای خشک} = h_a + \frac{m_v}{m_a}h_v = h_a + \omega h_v = C_{p_a}T + \omega h_v$$

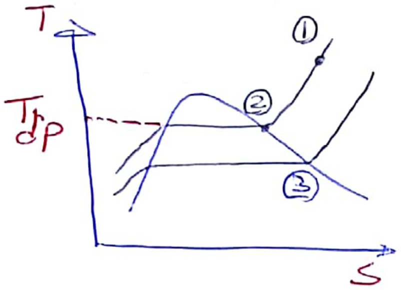
بخار آب را می‌توان گاز ایده‌ال در نظر گرفت. بنابراین آنتالپی آن تنها تابعی از دما است.

(آنتالپی بخار آب در فشارهای بخار پایین با دقت مناسبی برابر آنتالپی بخار اشباع شده متناظر با همان دمای معلوم در نظر گرفت)

$$h_v \simeq h_g(T)$$

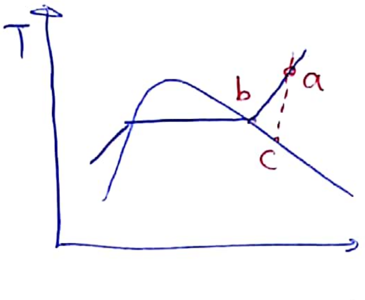


حجم مخصوص: نسبت حجم اشغال شده توسط هوا، بخار یا مجموع هر دو (طبق قانون دالتون هر سه یکی هستند) به جرم هوای خشک



نقطه شبنم: دمایی است که در آن با سرد شدن هوا در فشار ثابت چگالش آغاز می‌شود.

مطابق شکل نقطه ① نقطه شروع است. هوا سرد می‌شود که (در فشار ثابت) به نقطه 2 می‌رسیم که نقطه شبنم است. در طول فرایند چگالش هوا به صورت اشباع باقی می‌ماند (یعنی فشار دیگر ثابت نیست) و روی منحنی بخار اشباع حرکت می‌کند. (نقطه 3). با چگالش بخار آب P_v کاهش می‌یابد.

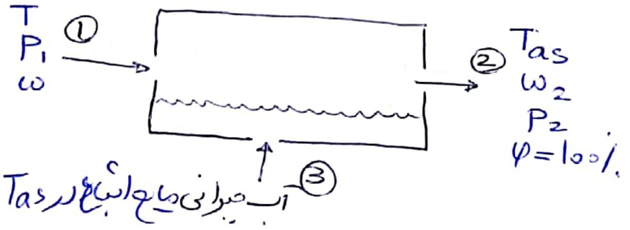


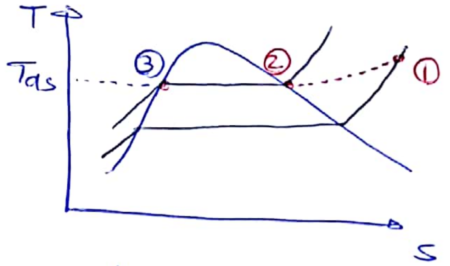
نکته: دمای شبنم جزء مشخصه‌های هوای مرطوب است. اگر سرمایش دو حالت فشار ثابت و حجم ثابت را مطابق شکل مقایسه کنیم داریم:

در فشار ثابت چگالش در نقطه b آغاز می‌شود که دمای مربوط به آن دمای شبنم است. در حجم ثابت چگالش در c آغاز می‌شود که دمای آن کمتر از دمای نقطه شبنم است.

فرایند اشباع آدیاباتیک و دمای اشباع آدیاباتیک

از این فرایند می‌توان رطوبت مطلق یا نسبی را تعیین کرد.





① شرایط بخار آب در جریان هوای مرطوب ورودی

② شرایط بخار آب در جریان هوای مرطوب خروجی

③ شرایط حالت آب جبرانی (آب مایع)

$$\omega_2 = 0.622\,\frac{P_g}{P-P_g}$$

قوانین بقاء:

$$\dot m_{a_1} = \dot m_{a_2} = \dot m_a$$

$$\dot m_{v_1} + \dot m_3 = \dot m_{v_2} \longrightarrow \dot m_a \omega_1 + \dot m_3 = \omega_2 \dot m_a$$

$$\dot m_{v_1} h_{v_1} + \dot m_{a_1} h_{a_1} + \dot m_3 h_{f_3} = \dot m_{a_2} h_{a_2} + \dot m_{v_2} h_{v_2} \xrightarrow{h_v \simeq h_g}$$

$$h_{a_2} - h_{a_1} = c_p (T_{a_2} - T_1)$$

$$h_{fg_2} = h_{g_2} - h_f \longrightarrow \omega = \frac{c_p (T_{a_2} - T_1) + \omega_2 h_{f_2}}{h_g - h_{f_3}}$$

$$\varphi_2 = 1$$

$$\omega_2 = 0.622\,\frac{P_{g_2}}{P-P_{g_2}}$$

مقدار دمای اشباع آدیاباتیک بین دمای معمولی و دمای نقطه شبنم است: $T_{dp} < T_{as} < T$

Scanned by CamScanner

en: اتاقی با ابعاد $150 m^3$ هوای $25°C$ و $100 kpa$ در رطوبت 60٪ را در نظر بگیرید.
رطوبت مخصوص، نقطه شبنم، جرم بخار در هوا و نسبت مولی بخار آب را حساب کنید.

$$\omega = 0{,}622 \frac{P_v}{P_a} \quad , \quad \varphi = \frac{P_v}{P_g} \rightarrow P_v = \varphi P_g = 3{,}169 \times 0{,}6 = 1{,}9 \ kpa$$

$@25°C \rightarrow$ جدول

$$P_a = 100 - P_v = 100 - 1{,}9 = 98{,}1 \ kpa$$

$$\omega = 0{,}622 \ \frac{1{,}9}{98{,}1} = 0{,}01205 \ \frac{kg\,H_2O}{kg\,air}$$

نقطه شبنم dew point $\rightarrow T_{dp}: \longrightarrow$ جدول $P = 1{,}9 \longrightarrow T =$

$$m_v = m_a \omega = \omega \frac{P_a V}{R_a T} = 0{,}01205 \times \frac{98{,}1 \times 150}{0{,}287 \times 298} = 2{,}07 \ kg$$

$$N_v = \frac{m_v}{M_a} = \frac{2{,}07}{18} = 0{,}1152 \ mol$$

$$N_a = \frac{m_a}{M_a} = 5{,}94 \ mole \longrightarrow y_v = \frac{0{,}1152}{5{,}94 + 0{,}1152} = 0{,}0194 \simeq 2\%$$

یعنی 60٪ رطوبت معادل 2٪ حجمی بخار است.

en: هوای مثال فوق را تا $0°C$ سرد می‌کنیم (زیر نقطه شبنم) مقدار بخار آبی که مایع می‌شود چقدر است؟
هوا را با گرم می‌کنیم تا همان $25°C$ رطوبت نسبی چقدر می‌شود؟

Scanned by CamScanner

em: هوای بیرون در $5^{\circ}C$ و 70% رطوبت نسبی به دمای $25^{\circ}C$ می رسد. انتقال حرارت مورد نیاز برای این کار را برای نرخ هوای $50\ \frac{m^3}{min}$ تعیین کنید. رطوبت نسبی نهایی را مشخص کنید. $P=100\ kpa$.

$$P_{a_1} = P - P_{v_1} = P - \varphi P_{g_1} = 100 - 0{,}7 \times 0{,}872 = 99{,}4\ kpa$$

$$\rho_{a_1} = \frac{P_{a_1}}{R_a T_1} = \frac{99{,}4}{0{,}287 \times 278} = 1{,}246\ \frac{kg}{m^3}$$

$$\dot{m}_a = \frac{50}{60} \times 1{,}246 = 1{,}038\ \frac{kg}{s}$$

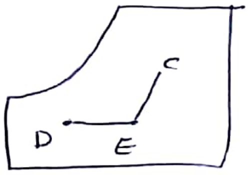
@1 : توسط رطوبت نسبی : $\begin{cases} \varphi_1 = 70\% \\ T_1 = 5^{\circ}C \\ h_1 = 14\ \frac{kJ}{kg} \end{cases}$

@2: $\begin{cases} \omega_1 = \omega_2 \\ h_2 = 35\ \frac{kJ}{kg\,air} \\ \varphi_2 = 19\% \end{cases}$

$$\dot{Q} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) = 1{,}038(35-14) = 11{,}4\ \frac{kJ}{s}$$

em: هوای بیرون در $5^{\circ}C$ و 40% رطوبت نسبی با گرمادادن به $25^{\circ}C$ می رسد. با ثابت ماندن دما و اضافه کردن بخار $400\,kpa$ به جریان هوا به رطوبت نسبی 40% رسانده می شود. الف- نرخ انتقال حرارت لازم برای جریان حجمی ورودی هوا $60\ \frac{m^3}{min}$

ب- نرخ بخار مورد نیاز ج- حالت بخار اضافه شده.



فرایند مورد نیاز ابتدا گرمایش ساده و سپس رطوبت زنی است.

$$P_{a_1} = P - P_{v_1} = P - \varphi P_{g_1} = 100 - 0{,}4 \times 0{,}872 = 99{,}7\ kPa$$

$$\rho_{a_1} = \frac{P_{a_1}}{R_a T_1} = \frac{99{,}7}{0{,}287 \times 278} = 1{,}25\ \frac{kg}{m^3}, \quad \dot{m}_a = \frac{60}{60} \times 1{,}25 = 1{,}25\ \frac{kg}{s}$$

$$Q = \dot{m}_a (h_2 - h_1) = 1{,}25 \times (31 - 10) = 26{,}2\ \frac{kJ}{s}$$

فرض می کنیم تمام گرمایش در قسمت D-E است و رطوبت زنی در ترکیب بخار با هوا اتفاق می افتد. با فرض فشار ثابت در فرایند اختلاط، از بقای جرم

$$\dot{m}_s = (\omega_3 - \omega_2)\dot{m}_a = (0{,}008 - 0{,}0021)(1{,}25) = 0{,}0074\ \frac{kg}{s}$$

موازنه انرژی برای رطوبت زن $h_s \dot{m}_s = (h_3 - h_2) \times \dot{m}_a$

$$h_s = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_s}(h_3 - h_2) = \frac{1{,}25}{0{,}0074}(45 - 31) = 2365\ \frac{kJ}{kg}$$

این مقدار از h_g @ $400\ kpa$ کمتر است. دما $143{,}6^{\circ}C$ و رطوبت بدست می آید.

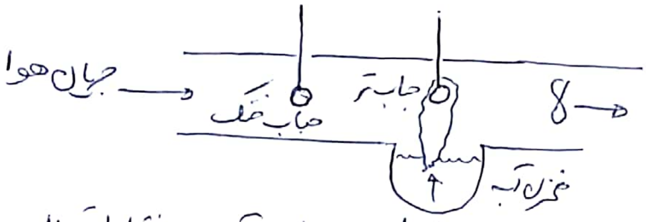
$$x_s = \frac{2365 - 604{,}7}{2133{,}8} = 0{,}82$$

Scanned by CamScanner

دمای حباب خشک و دمای حباب تر

T_{db} dry bulb حباب خشک دمای معمولی هواست. (دمای نشان داده شده توسط دماسنج نصب شده روی دیوار از هوای محیط)

T_{wb} wet bulb حباب تر هرگاه حباب یک دماسنج معمولی را با یک تکه پارچه خیس بپوشانند و آن را در مسیر جریان هوا قرار دهیم دمای نشان داده شده دمای حباب تر می‌گویند که معمولاً کمتر از دمای حباب خشک است.



اختلاف دمای خشک و تر تابع رطوبت نسبی است و هرچه رطوبت نسبی بالاتر باشد این اختلاف کمتر است.

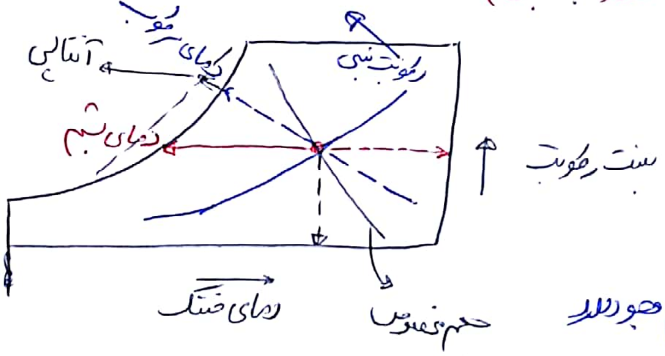
نکته: دمای اشباع آدیاباتیک و دمای حباب تر در حالت کلی یکسان نیستند ولی برای مخلوط‌های هوا و آب در فشار اتمسفر این دو دما تقریباً برابرند.

دمای حباب تر ویژگی مخلوط به حساب نمی‌آید. چون تابع نرخ انتقال گرما و جرم بین فتیله و هواست که آنها هم به شکل هندسی دماسنج، سرعت هوا و ... وابسته هستند.

$T_{db} \ge T_{wb}$

برای هوای اشباع: $T_{db} = T_{wb} = T_{dp}$

نمودار سایکرومتریک (رطوبت نسبی)



$\omega = 0.622 \frac{P_v}{P - P_v}$

چون بین ω و P_v رابطه مستقیم وجود دارد می‌توان P_v را هم روی محور ωها نشان داد.

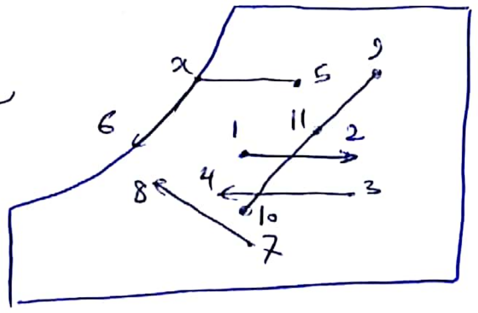
1 → 2 گرمایش محسوس

4 ← 3 سرمایش محسوس

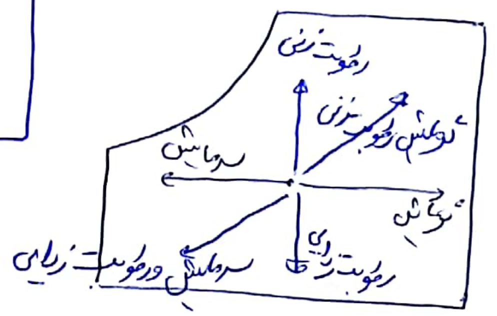
5 → 6 سرمایش با رطوبت‌گیری

7 → 8 سرمایش تبخیری

9 → 10 → 11 اختلاط هوا



فرایندهای تهویه مطبوع



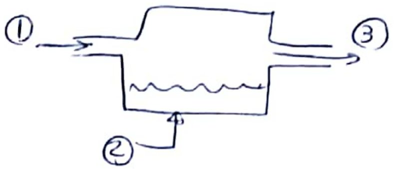
Scanned by CamScanner

مثال: هوای بیرون در $25^\circ C$ و رطوبت نسبی 60% قرار دارد. دمای حباب تر آن چقدر است؟ $P=100\,kpa$

$$P_v = \varphi P_g = 0{,}6 \times 3{,}169 = 1{,}901\ kpa \longrightarrow \omega_1 = 0{,}622\,\frac{P_v}{P_a} = 0{,}622\,\frac{1{,}901}{98{,}1} = 0{,}01206$$

$$P_a = P - P_v = 100 - 1{,}901 = 98{,}1$$

$$\omega_2 = 0{,}622\,\frac{P_{g_2}}{P-P_{g_2}} \Rightarrow \omega_1 = \frac{\omega_2 h_{fg_2} + C_p(T_2-T_1)}{h_{g_1} - h_{f_2}}$$



$$\Rightarrow (h_{g_1} - h_{f_2})\,\omega_1 = 0{,}622\,\frac{P_{g_2}}{P-P_{g_2}}\,h_{fg_2} + C_p(T_2-T_1)$$

$$\Rightarrow (2547{,}2 - h_{f_2})(0{,}01206) = 0{,}622\,\frac{P_{g_2}}{100-P_{g_2}}\,h_{fg_2} + 1{,}00 \times (T_2 - 25)$$

حل با سعی و خطا $\longrightarrow$

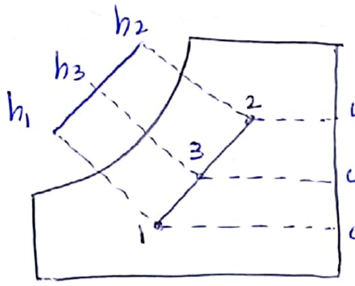
$T_2 = 20^\circ C \longrightarrow 29{,}7 \overset{?}{=} 32{,}2$

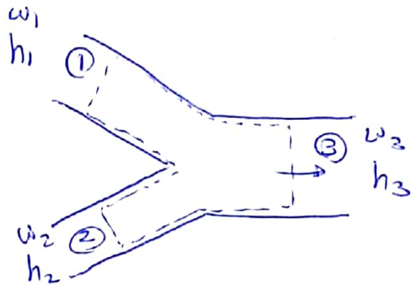
$T_2 = 15^\circ C \longrightarrow 30{,}0 \overset{?}{=} 16{,}6$

$\longrightarrow$ میانیابی $T_2 = 19{,}3^\circ C$

Scanned by CamScanner

اختلاط آدیاباتیک جریان دو هوا





موازنه جرم هوای خشک $\dot m_{a1} + \dot m_{a2} = \dot m_{a3}$

موازنه جرم بخار آب $\dot m_{v1} + \dot m_{v2} = \dot m_{v3} \longrightarrow \omega_1 \dot m_{a1} + \omega_2 \dot m_{a2} = \omega_3 \dot m_{a3}$

موازنه انرژی $\dot m_{a1} h_1 + \dot m_{a2} h_2 = \dot m_{a3} h_3$

مجهولات $\begin{cases} \dot m_{a3} \\ \omega_3 \\ h_3 \end{cases}$

$$\frac{\dot m_{a1}}{\dot m_{a2}} = \frac{\omega_2 - \omega_3}{\omega_3 - \omega_1} = \frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1}$$

دبی حجمی

$$T_3 \simeq \frac{\dot m_{a1} T_1 + \dot m_{a2} T_2}{\dot m_{a1} + \dot m_{a2}} = \frac{\dot V_1 T_1 + \dot V_2 T_2}{\dot V_1 + \dot V_2}$$

$$\omega_3 \simeq \frac{\dot m_{a1} \omega_1 + \dot m_{a2} \omega_2}{\dot m_{a1} + \dot m_{a2}} = \frac{\dot V_1 T_1 + \dot V_2 T_2}{\dot V_1 + \dot V_2}$$

$$\varphi_3 \simeq \frac{\varphi_1 \dot m_{a1} + \varphi_2 \dot m_{a2}}{\dot m_{a1} + \dot m_{a2}} = \frac{\dot V_1 \varphi_1 + \dot V_2 \varphi_2}{\dot V_1 + \dot V_2}$$

ex: هوای بیرون $10°C$، $\varphi = 30\%$ با هوای داخل $30°C$، $\varphi = 60\%$ مخلوط می‌شود. دبی هوای داخل $50 \frac{m^3}{min}$ است. دمای نهایی مطلوب $22°C$ باید باشد. دبی هوای خارج را برای رسیدن به این دما محاسبه کنید. (با استفاده از روابط و بدون استفاده از جدول رطوبت سنجی)

$$\begin{cases} \dot m_{a1} + \dot m_{a2} = \dot m_{a3} \\ \dot m_{a1}\omega_1 + \dot m_{a2}\omega_2 = \dot m_{a3}\omega_3 \\ \dot m_{a1} h_1 + \dot m_{a2} h_2 = \dot m_{a3} h_3 \end{cases}$$

$P_{a1} = P - P_{v1} = P - \varphi P_{g1} = 100 - 0{,}3 \times 1{,}228 = 99{,}6\ kpa$

$P_{a2} = P - \varphi_2 P_{g2} = 100 - 0{,}6 \times 4{,}246 = 97{,}5\ kpa$

$\rho_{a1} = \frac{P_{a1}}{R_a T_1} = \frac{99{,}6}{0{,}287 \times 283} = 1{,}226 \frac{kg}{m^3}$ $\quad \omega_1 = 0{,}622 \frac{P_{v1}}{P_{a1}} = 0{,}622 \times 0{,}3 \frac{1{,}228}{99{,}6} = 0{,}0023$

$\rho_{a2} = \frac{P_{a2}}{R_a T_2} = \frac{97{,}5}{0{,}287 \times 303} = 1{,}121 \frac{kg}{m^3}$ $\quad \omega_2 = 0{,}622 \times 0{,}6 \times \frac{4{,}246}{97{,}5} = 0{,}01625 \frac{kg_{H_2O}}{kg_{dry\,air}}$

$h_1 = c_p T_1 + \omega_1 h_{g1} = 1{,}00 \times 10 + 0{,}0023 \times 2519{,}7 = 15{,}8$

$h_2 = c_p T_2 + \omega_2 h_{g2} = 1{,}00 \times 30 + 0{,}01625 \times 2556{,}2 = 71{,}5$

$h_3 = c_p T_3 + \omega_3 h_{g3} = 1{,}00 \times 22 + \omega_3 \times 2542 = 22 + 2542\omega_3$

→ جایگذاری در معادله انرژی

$\dot V_1$ مجهول (دبی هوای بیرون)

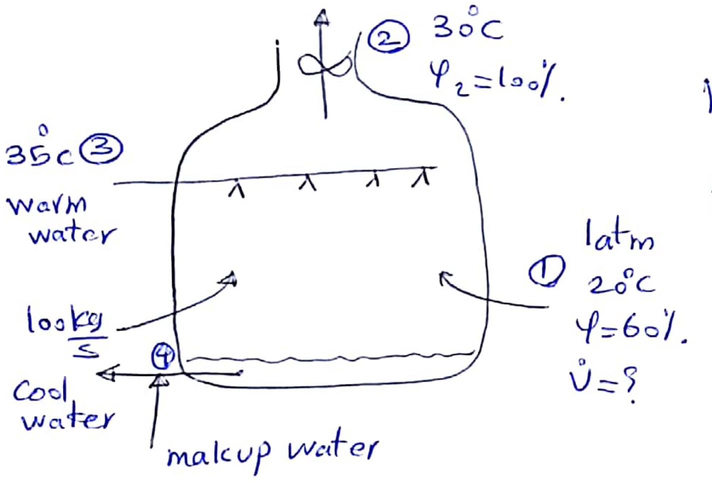
$(1{,}226 \dot V_1)\, 15{,}8 + (1{,}121)(50)(71{,}5) = [1{,}226 \dot V_1 + 1{,}121 \times 50][22 + 2542\omega_3]$

$(1{,}226 \dot V_1)(0{,}0023) + 1{,}21 \times 50 \times 0{,}01625 = [1{,}226 \dot V_1 + 1{,}121 \times 50]\,\omega_3$

$\longrightarrow \dot V_1 = 31{,}1 \frac{m^3}{min}$

Scanned by CamScanner

مثال: آب خنک کن خروجی از کندانسور نیروگاه در دمای $35^\circ C$ و با دبی $100\ \frac{kg}{s}$ وارد برج خنک کن تر می‌شود. در این برج آب تا دمای $22^\circ C$ توسط هوا سرد شده و هوای ورودی با رطوبت 60% در دمای $20^\circ C$ و فشار $1\,atm$ است که تا $30^\circ C$ گرم می‌شود و در حالت اشباع خارج می‌شود. با صرف نظر از توان ورودی فن الف- دبی هوای ورودی به برج ب- دبی جرمی آب جبران ساز را پیدا کنید.



$$h_f @ 22^\circ C = 92{,}28\ \frac{kJ}{kg}$$

$$h_f @ 35^\circ C = 146{,}64\ \frac{kJ}{kg}$$

$$h_1 = 42{,}2\ \frac{kJ}{kg\,dry\,air} \qquad \omega_1 = 0{,}0087$$

$$h_2 = 100\ \frac{kJ}{kg\,dry\,air} \qquad v_1 = 0{,}842\ \frac{m^3}{kg\,dry\,air}$$

$$\omega_2 = 0{,}0273$$

بالانس جرم هوا: $\dot m_{a1} = \dot m_{a2} = \dot m_a$

بالانس جرم آب: $\dot m_3 + \dot m_{a1}\omega_1 = \dot m_4 + \dot m_{a2}\omega_2 \longrightarrow \dot m_3 - \dot m_4 = \dot m_a(\omega_2 - \omega_1) = \dot m_{make\,up}$

بالانس انرژی: $\sum_{in} \dot m h = \sum_{out} \dot m h \Rightarrow \dot m_{a_1} h_1 + \dot m_3 h_3 = \dot m_{a_2} h_2 + \dot m_4 h_4$

$$\dot m_3 h_3 = \dot m_a (h_2 - h_1) + (\dot m_3 - \dot m_{makeup}) h_4$$

$$\dot m_a = \frac{\dot m_3 (h_3 - h_4)}{(h_2 - h_1) - (\omega_2 - \omega_1) h_4} = \frac{100\ \frac{kg}{s} \times [146{,}64 - 92{,}28]\ \frac{kJ}{kg}}{(100 - 42{,}2) - (0{,}0273 - 0{,}0087)(92{,}28)} = 96{,}9\ \frac{kg}{s}$$

$$\dot V = \dot m_a v_1 = 96{,}9\ \frac{kg}{s} \times 0{,}842\ \frac{m^3}{kg} = 81{,}6\ \frac{m^3}{s}$$

$$\dot m_{makeup} = \dot m_a (\omega_2 - \omega_1) = 96{,}9\ \frac{kg}{s} \times (0{,}0273 - 0{,}0087) = 1{,}8\ \frac{kg}{s}$$

Scanned by CamScanner

احتراق

ماده سوختی + اکسیژن ← محصولات احتراق $\begin{cases} CO_2 \\ H_2O \\ N_2 \\ \vdots \end{cases}$

(اکسیژن یا هوا)

مثال:

$$C_3H_8 + 5O_2 \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O$$

$$C_3H_8 + 5(O_2 + 3{,}76N_2) \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O + 18{,}8N_2$$

هوا $= 21\%\,O_2 + 79\%\,N_2 \rightarrow \dfrac{mol\,N_2}{mole\,O_2} = \dfrac{79}{21} = 3{,}76$

برای موازنه احتراق
۱- تعداد مولهای سوخت را مساوی یک در نظر می‌گیریم.
۲- موازنه CO_2 را از تعداد مولهای C در سوخت انجام می‌دهیم.
۳- موازنه H_2O را از تعداد مولهای H در سوخت انجام می‌دهیم.
۴- موازنه O_2 را از CO_2 و H_2O انجام می‌دهیم.

حداقل هوایی که O_2 کافی برای احتراق کامل سوخت را تامین کند هوای تئوری یا هوای استوکیومتری نامیده می‌شود.

وقتی احتراق کامل رخ می‌دهد در محصولات O_2 وجود ندارد.

در عمل مقدار هوایی که لازم است احتراق کامل صورت گیرد بیشتر از مقدار هوای تئوری است.

درصد هوای ~~تئوری~~ واقعی $= 100\% + \%$ هوای اضافی

درصورتیکه هوای کافی برای احتراق نداشته باشیم CO و هیدروکربنهای سبک‌تر تشکیل خواهند شد.

نسبت هوا به سوخت

$$AF = \frac{m_{air}}{m_{fuel}} = \frac{\text{هوا}}{\text{سوخت}} \qquad FA = \frac{m_{fuel}}{m_{air}} \qquad AF_{\text{مولی}} = \frac{mole\ air}{mole\ fuel}$$

با مثالهایی به توضیح درس می‌پردازیم.

ex: بوتان با هوای خشک با نسبت هوا به سوخت ۲۰ می‌سوزد. محاسبه کنید الف- درصد هوای اضافی ب- درصد حجمی CO_2 در محصولات ج- نقطه شبنم محصولات

واکنش برای هوای تئوری

$$C_4H_{10} + 6{,}5(O_2 + 3{,}76N_2) \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O + 24{,}4N_2$$

ابتدا واکنش تئوری را موازنه می‌کنیم

$$AF_{th} = \frac{m_{air}}{m_{fuel}} = \frac{6{,}5 \times 4{,}76 \times 29}{1 \times 58} = 15{,}47\ \frac{kg\,air}{kg\,fuel}$$

این عدد هوای ۱۰۰٪ تئوری را نشان می‌دهد. نسبت هوا به سوخت حقیقی ۲۰ است پس هوای اضافی

$$\%\text{هوای اضافی} = \left(\frac{AF_{act} - AF_{th}}{AF_{th}}\right)(100\%) = \frac{20 - 15{,}47}{15{,}47} \times 100 = 29{,}28$$

Scanned by CamScanner

بنابراین معادله واکنش با ٪129,28 هوای تئوری خواهد بود.

$$C_4H_{10} + 6,5 \times 1,2928\,(O_2 + 3,76N_2) \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O + 1,93O_2 + 31,6\,N_2$$

$$\%CO_2 = \frac{4}{42,5} \times 100 = 9,41\%$$

برای پیدا کردن دمای شبنم محصولات فشار جزئی بخار آب را بایستی بدانیم.

$$P_v = y_{H_2O} \times P_{atm} = \frac{5}{42,5} \times 100 = 11,76\ kPa$$

فشار اتمسفر 100kPa

با استفاده از جدول اشباع نقطه شبنم $T_{dp} = 49°C$

ex: بوتان با ٪90 هوای تئوری می‌سوزد. درصد حجمی CO در محصولات و نسبت هوا به سوخت را بیابید. (فرض کنید هیچ نوع هیدروکربنی در محصولات موجود نیست.)

برای احتراق ناقص در محصولات CO اضافه می‌شود. بنابراین میزان CO_2 دیگر مقدار قبلی نیست.

$$C_4H_{10} + 0,9 \times 6,5\,(O_2 + 3,76N_2) \rightarrow aCO_2 + 5H_2O + 22N_2 + bCO$$

$$C:\ a + b = 4$$
$$O:\ 11,7 = 2a + b + 5$$
$$\rightarrow a = 2,7,\quad b = 1,3 \rightarrow \%CO = \frac{1,3}{31} \times 100 = 4,19\%$$

$$AF = \frac{m_{air}}{m_{fuel}} = \frac{0,9 \times 6,5 \times 4,76 \times 29}{1 \times 58} = 13,92$$

ex: بوتان با هوای خشک می‌سوزد و آنالیز حجمی محصولات پایه خشک (بخار آب کاملا گرفته شده) عبارت است از

CO_2	CO	O_2	N_2
11%	1%	3,5%	84,5%

درصد هوای تئوری را محاسبه کنید.

$$a\,C_4H_{10} + b\,(O_2 + 3,76N_2) \rightarrow CO + 11CO_2 + 3,5\,O_2 + 84,5\,N_2 + c\,H_2O$$

$$C:\ 4a = 11 + 1 \rightarrow a = 3$$
$$H:\ 10a = 2c \rightarrow c = 15$$
$$O:\ 2b = 22 + 2 + 7 + c \rightarrow b = 22,5$$

با تقسیم واکنش بر 3 برای یک مول سوخت بدست می‌آید.

$$C_4H_{10} + 7,5\,(O_2 + 3,76N_2) \rightarrow 3,67\,CO_2 + 0,33\,CO + 1,17\,O_2 + 28,17\,N_2 + 5H_2O$$

درصد هوای تئوری $= \frac{7,5}{6,5} \times 100 = 107,7\%$

Scanned by CamScanner

ارزش حرارتی سوخت

واکنش احتراق در فشار ثابت انجام می‌شود و Q فرایند برابر ΔH است.

میزان حرارتی که از سوختن حاصل می‌شود به اینکه محصولات در چه فازی باشند بستگی دارد اگر محصولات را سرد کنیم آب مایع می‌شود و حرارت بیشتری از احتراق حاصل می‌شود. (بخارهای چگالش یا بخار چگالشی)

ارزش حرارتی سوخت = آنتالپی احتراق = $H_{\text{فرآورده‌ها}} - H_{\text{واکنش‌دهنده‌ها}}$

$$HHV = LHV + (N\bar{h}_{fg})_{H_2O}$$

HHV: ارزش حرارتی بالا — LHV: ارزش حرارتی پایین

آنتالپی تشکیل

آنتالپی تشکیل یک ترکیب مقدار انرژی جذب شده یا آزاد شده هنگام تشکیل ترکیب از عناصر پایدارش در فرایندی پایا در حالت مشخص را نشان می‌دهد.

مثال: $C + O_2 \rightarrow CO_2$

$H_{\text{فرآورده‌ها}} - H_{\text{واکنش‌دهنده‌ها}} = -393520 - 0 \rightarrow \bar{h}_{f,CO_2} = -393520$

نکته: تمام عناصر پایدار مثل O_2، N_2، H_2، C در حالت مرجع استاندارد $\left\{ \begin{array}{l} 1atm \\ 25°C \end{array} \right.$ دارای آنتالپی تشکیل صفر می‌باشند.

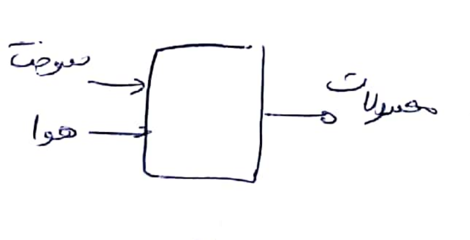
ex: آنتالپی احتراق اکتان گازی C_8H_{18} در شرایط $25°C$ و $1atm$ را با استفاده از داده‌های آنتالپی تشکیل بیابید. فرض کنید آب موجود در فرآورده‌ها به صورت مایع است.

$$C_8H_{18} + a_{th}(O_2 + 3{,}76N_2) \rightarrow 8CO_2 + 9H_2O(l) + 3{,}76a_{th}N_2$$

$$h_c = H_{product} - H_{reactant} = \sum N_p \bar{h}^{\circ}_{f,p} - \sum N_r \bar{h}_{f,r} = N\bar{h}^{\circ}_{f}\,CO_2 + N\bar{h}^{\circ}_{f}\,H_2O$$

$$-N\bar{h}_{f\,C_8H_{18}} = 8(-393520) + 9(-285830) - 1(208450) = -5512180$$

تحلیل قانون اول سیستم‌های واکنشی



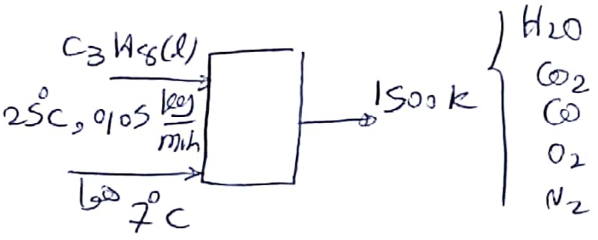
انرژی خروجی = انرژی ورودی

$$Q_{in} + W_{in} + \sum \dot{n}_r(\bar{h}^{\circ}_f + \bar{h} - \bar{h}^{\circ})_r = Q_{out} + W_{out} + \sum \dot{n}_p(\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h}^{\circ})_p$$

$$Q - W = \sum \dot{n}_p(\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h}^{\circ})_p - \sum \dot{n}_r(\bar{h}_f + \bar{h} - \bar{h}^{\circ})_r$$

Scanned by CamScanner

مثال: پروپان مایع C_3H_8 با $0,05 \frac{kg}{min}$ و دمای $25^\circ C$ با هوای 50% اضافه و دمای $7^\circ C$ واکنش می‌دهد. تمام هیدروژن سوخت به H_2O تبدیل می‌شود. ولی 90% کربن به CO_2 تبدیل می‌گردد و 10% باقیمانده CO می‌شود. اگر دمای خروجی گازهای احتراق $1500\,K$ باشد. الف- آهنگ جرمی جریان هوا ب- آهنگ انتقال حرارت از محفظه احتراق؟



$$C_3H_8(l) + a_{th}(O_2 + 3,76N_2) \to 3CO_2 + 4H_2O + 3,76\,a_{th}\,N_2$$

$$a_{th} = 3 + 2 = 5$$

$$a_{act} = 5 \times 1,5 = 7,5$$

$$C_3H_8(l) + 7,5(O_2 + 3,76N_2) \to 2,7\,CO_2 + 0,3\,CO + 4H_2O + 2,65\,O_2 + 28,2\,N_2$$

$$AF = \frac{m_{air}}{m_{fuel}} = \frac{7,5 \times 4,76 \times 29}{3 \times 12 + 4 \times 2} = 25,53$$

$$\dot{m}_{air} = AF \times \dot{m}_{fuel} = 25,53 \times \left(0,05 \frac{kg\,fuel}{min}\right) = 1,18 \frac{kg\,air}{min}$$

ماده	$\bar{h}^\circ_f$	$\bar{h}_{280k}$	$\bar{h}_{298k}$	$\bar{h}_{1500k}$
$C_3H_8(l)$	-118910	–	–	–
O_2	0	8150	8682	49292
N_2	0	8141	8669	47073
$H_2O(g)$	-241820	–	9904	57999
CO_2	-393520	–	9364	71078
CO	-110530	–	8669	47517

$$W = 0$$

$$Q = \sum(\bar{h}^\circ_f + \bar{h} - \bar{h}^\circ)_r - \sum(\bar{h}_f + h - \bar{h}^\circ)_p$$

$$\left(\bar{h}_{f\,C_3H_8\,l} = \bar{h}^\circ_{f\,C_3H_8\,g} - \bar{h}^\circ_{fg}\right)$$

$$Q_{خروجی} = (1\,Kmol\,C_3H_8)\left[-118910 + \bar{h}_{298} - \bar{h}_{298}\right)\frac{kJ}{kmol\,C_3H_8}\Big] + 7,5 \times [0 + 8150 - 8682]$$

$$+ 28,2[0 + 8141 - 8669] - (2,7)[-393520 + 71078 - 9364] - 0,3[-110530 + 47517 - 8669]$$

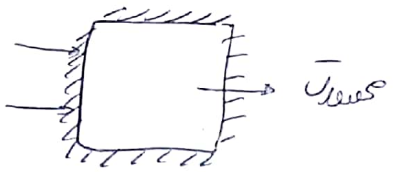
$$- 4[-241820 + 57999 - 9904] - (2,65)[0 + 49292 - 8682] - 28,2[0 + 47073 - 8669]$$

$$= 363882 \frac{kJ}{Kmole\,C_3H_8} \to \frac{363882}{44} = 8270 \frac{kJ}{kg}$$

$$\dot{Q}_{out} = mq = 0,05 \times 8270 = 413 \frac{kJ}{min} = 6,89\,kw$$

Scanned by CamScanner

دمای شعله آدیاباتیک



حداکثر دمایی که می‌توان از احتراق یک سوخت به آن رسید یافت

آنتالپی محصولات = آنتالپی مواد اولیه

$$H_R = H_P$$

ex: پروپان با 250٪ هوای تئوری می‌سوزد. سوخت و هوا در 25°C و 1atm می‌باشند. دمای شعله آدیاباتیک؟

احتراق تئوری $\quad C_3H_8 + 5(O_2+3{,}76N_2) \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O + 18{,}8N_2$

250٪ هوای تئوری $\quad C_3H_8 + 12{,}5(O_2+3{,}76N_2) \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O + 7{,}5O_2 + 47N_2$

$H_R = H_P \quad , \quad H_R = -103850 \ \frac{kJ}{kmol\,fuel}$ — مسئله نیاز به تکرار و خطا دارد برای حدس اولیه

$H_P = 3\times(-393520) + 4(-241820) + 61{,}5\times(\bar{h}_P - 8670)$ — فرض می‌کنیم محصولات N_2 هستند

($61{,}5$: کل مول محصولات)

$\bar{h}_P = 43400 \ \frac{kJ}{kmol} \rightsquigarrow$ دما $1380\,k$

$1380\,k \rightarrow \quad -103850 = (3)(-393520+64120-9360) + 4(-241820+52430-9900) + 7{,}5(44920-8680) + 47(42920-8670) = 68110$

$1300\,k \rightarrow$ — حدس بالا است حدس بعدی $T_P = 1300\,k$

$-103850 = 3\times(-393520+59520-9360) + 4(-241820+48810-9900) + 7{,}5(44030-8680) + 47(40170-8670) = -96100$

میانیابی برای دمای شعله

$$T_P = 1300 - \left[\frac{103850-96100}{68110+96100}\right](1380-1300) = 1296\,k$$

ex: دمای شعله پروپان تئوری چقدر است؟

$C_3H_8 + 5(O_2+3{,}76N_2) \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O + 18{,}8N_2$ — کل محصولات نیتروژن باشد.

$-103850 = 3\times(-393520) + 4(-241820) + 25{,}8\times(\bar{h}_P - 8670) \rightarrow h_P = 87900 \rightarrow T = 2600\,k$

$T = 2600\,k \rightarrow \quad -103850 \overset{?}{=} 3(-393520+137400-9360) + 4(-241820+114300-9900) + (18{,}8)(86600-8670) = 119000$

$T = 2400 \rightarrow \quad \overset{?}{=} 3(-393520+125200-9360) + 4(-241820+103500-9900) + 18{,}8(79320-8670) = -97700 \rightarrow T_P = 2394$

Scanned by CamScanner

روابط بین خواص ترمودینامیکی

مقدمات ریاضی

برای تعیین حالت یک سیستم ساده تراکم پذیر با ترکیب و جرم مشخص، معلوم بودن دو خاصیت شدتی کفایت می کند. بقیه خواص شدتی را می توان به صورت تابعی از دو خاصیت مستقل بدست آورد. مثلاً

$u = u(T, v) \quad , \quad s = s(T, P)$

$h = h(T, P) \quad s = s(T, v) , \ldots$

توابع مربوطه را می توان به صورت یک تابع دارای دو متغیر مستقل به شکل $z = z(x, y)$ در نظر گرفت که در این تابع x و y متغیرهای مستقل هستند.

دیفرانسیل خواص ترمودینامیکی دیفرانسیل کامل است. برعکس دیفرانسیل گرما و کار که ناقص است.

تابع دو متغیره $z = z(x, y)$ را در نظر بگیرید. دیفرانسیل کامل تابع z خواهد شد.

$$dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x dy$$

$$dz = M dx + N dy \quad , \quad M = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \quad , \quad N = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x$$

اگر M و N مشتق های پیوسته داشته باشند.

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y\right]_x = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x\right]_y \quad \text{یا} \quad \left(\frac{\partial M}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial N}{\partial x}\right)_y$$

← شرط لازم و کافی برای کامل بودن یک عبارت دیفرانسیلی است.

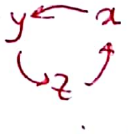
$$z = z(x, y) \xrightarrow{\text{y و z متغیر مستقل}} x = x(y, z) \rightarrow dx = \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z dy + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y dz$$

$$dz = \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x\right] dy + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y dz$$

$$\left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x\right] dy = \left[1 - \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y\right] dz$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = 1 \rightarrow \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y = \frac{1}{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y}$$

قاعده معکوس



$$\rightarrow \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = -\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \longrightarrow \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

رابطه چرخه

Scanned by CamScanner

توابع انرژی

$$\begin{cases} h = u + pv \\ a = u - Ts \\ g = h - Ts \end{cases}$$

قانون اول $\delta q - \delta w = du$

قانون دوم $\boxed{Tds - pdv = du}$

$h = u + pv \Rightarrow dh = du + pdv + vdp \Rightarrow$

$$\boxed{dh = Tds + vdp}$$

$a = u - Ts$

$Tds - pdv = da + Tds + sdT \rightarrow \boxed{da = -sdT - pdv}$

$g = h - Ts \rightarrow dg + Tds + sdT = Tds + vdp \rightarrow \boxed{dg = -sdT + vdp}$

$$du = Tds - pdv = \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v ds + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s dv \Rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v = T, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = -p$$

$$dh = Tds + vdp = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p ds + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s dp \Rightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = T, \quad \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s = v$$

$$da = -sdT - pdv = \left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial a}{\partial v}\right)_T dv \Rightarrow \left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_v = -s, \quad \left(\frac{\partial a}{\partial v}\right)_T = -p$$

$$dg = -sdT + vdp = \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial g}{\partial p}\right)_T dp \Rightarrow \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_p = -s, \quad \left(\frac{\partial g}{\partial p}\right)_T = v$$

با برابر قرار دادن ضرایب معادلات فوق باهم به چهار معادله زیر می‌رسیم.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p \qquad \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = \left(\frac{\partial a}{\partial v}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s = \left(\frac{\partial g}{\partial p}\right)_T \qquad \left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_p$$

نکته: عبارت $u+pv$ در دو حالت در روابط ظاهر می‌شود.

① الف - تبادل گرمای یک سیستم بسته به صورت فشار ثابت و برگشت پذیر

ب - تعمیم قانون اول از سیستم بسته به سیستم باز

② عبارت $u-Ts$ در حالتی که یک سیستم بسته به صورت دما ثابت و برگشت پذیر تبادل گرما داشته باشد، در روابط ظاهر می‌شود.

$T = cte: \ \delta q - \delta w = du \rightarrow \delta w = \delta q - \delta u = Tds - du = d(Ts) - du$

$\delta w = -d(u - Ts) = -da$

به همین دلیل به انرژی آزاد هلمهولتز تابع کار هم می‌گویند.

③ عبارت $h-Ts$ در حالتی که یک سیستم باز به صورت دما ثابت و برگشت پذیر گرما داشته باشد، در روابط ظاهر می‌شود.

$T = cte: \ \delta q - \delta w = dh \longrightarrow \delta w = \delta q - dh = Tds - dh = d(Ts) - dh = -d(h - Ts)$
$= -dg$

به علت اینکه g تابعی از T و P است در تغییر فاز مقدار آن ثابت است اما بقیه خواص تغییر می‌کند.

Scanned by CamScanner

روابط ماکسول

روابط ماکسول روابطی هستند که مشتقات جزئی P و v و T و s در یک سیستم تراکم پذیر ساده را به هم مربوط می‌کنند.

با استفاده از روابط ماکسول می‌توان تغییر آنتروپی را که به طور مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست تنها با اندازه‌گیری خواص P و v و T تعیین کرد.

$$du = Tds - pdv \xrightarrow{\text{شرط دیفرانسیل کامل}} \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = -\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v$$

$$dh = Tds + vdp \longrightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_p$$

$$da = -sdT - pdv \longrightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

$$dg = -sdT + vdp \longrightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

روابط مربوط به u و h و s

تعیین تغییرات انرژی داخلی برحسب دما و حجم

$$u = u(T, v) \longrightarrow du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

تعریف می‌کنیم $c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v \longrightarrow du = c_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$

از طرفی $du = Tds - pdv \longrightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - p$

از رابطه ماکسول مربوط به انرژی آزاد هلمهولتز $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$

$$\longrightarrow \boxed{du = c_v dP + \left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P\right] dv}$$

$$\longrightarrow \Delta u = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT + \int_{v_1}^{v_2} \left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P\right] dv$$

تعیین تغییرات آنتالپی برحسب دما و فشار

$$h = h(T, P) \longrightarrow dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP$$

تعریف $c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \longrightarrow dh = c_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp$

$dh = Tds + vdp \longrightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T + v$

از رابطه ماکسول برای انرژی گیبس $\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$

$$\longrightarrow dh = c_p dT + \left[v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\right] dp$$

$$\Delta h = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT + \int_{P_1}^{P_2} \left[v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\right] dp$$

Scanned by CamScanner

تعیین تغییرات آنتروپی

الف- تعیین تغییرات آنتروپی برحسب دما و فشار

$$s=s(T,P)\rightarrow ds=\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P dT+\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T dP$$

$$dh=Tds+vdP\rightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P=\frac{1}{T}\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P=\frac{C_P}{T}$$

روابط ماکسول $\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T=-\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$

$$\rightarrow ds=\frac{C_P}{T}dT-\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dP$$

~~$ds=\frac{C_v}{T}$~~

$$\Delta s=\int_{T_1}^{T_2}\frac{C_P}{T}dT-\int_{P_1}^{P_2}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dP$$

ب- تغییر آنتروپی برحسب دما و حجم

$$s=s(T,v)\rightarrow ds=\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v dT+\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv$$

$$du=Tds+Pdv\rightarrow \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v=\frac{1}{T}\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v=\frac{C_v}{T}$$

روابط ماکسول $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T=-\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v$

$$\rightarrow ds=\frac{C_v}{T}dT+\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv$$

$$\Delta s=\int_{T_1}^{T_2}\frac{C_v}{T}dT+\int_{v_1}^{v_2}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv$$

مثال: گاز واندروالس $P=\frac{RT}{v-b}-\frac{a}{v^2}$ طی یک فرایند دما ثابت از فشار P_1 به فشار P_2 می‌رسد. مطلوبست Δu، Δh، Δs

$$T_1=T_2\rightarrow \Delta u=\int_{v_1}^{v_2}\left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v-P\right]dv$$

$$P=\frac{RT}{v-b}-\frac{a}{v^2}\rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v=\frac{R}{v-b}\rightarrow T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v-P=\frac{RT}{v-b}-\left(\frac{RT}{v-b}-\frac{a}{v^2}\right)=\frac{a}{v^2}$$

$$\Delta u=\int_{v_1}^{v_2}\frac{a}{v^2}dv=a\left(\frac{1}{v_1}-\frac{1}{v_2}\right)$$

$$\Delta h=\Delta u+\Delta(Pv)=a\left(\frac{1}{v_1}-\frac{1}{v_2}\right)+P_2v_2-P_1v_1$$

$$T_1=T_2\rightarrow \Delta s=\int_{v_1}^{v_2}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv\Rightarrow \Delta s=\int_{v_1}^{v_2}\frac{R}{v-b}dv=R\ln\frac{v_2-b}{v_1-b}$$

Scanned by CamScanner

ضریب ژول-تامسون

مطابق تعریف ضریب ژول-تامسون به صورت زیر است.

$$\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h = -\frac{1}{c_p}\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T$$

$$dh = Tds + vdP \longrightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T + v$$

رابطه ماکسول $\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$

$$\longrightarrow \mu = \frac{1}{c_p}\left(T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v\right)$$

با استفاده از تعریف ضریب انبساط حجمی $\beta = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$ می‌توان ضریب ژول-تامسون را برحسب β نوشت.

$$\mu = \frac{-v}{c_p}(1-\beta T)$$

مثال: نشان دهید که برای گاز واندروالس که از معادله حالت $P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$ پیروی می‌کند.

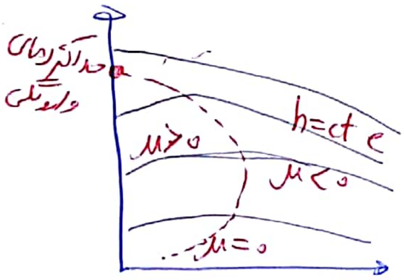
$$\mu = \frac{1}{c_p}\left(\frac{2a}{RT} - b\right)$$

نکته: با توجه به رابطه مربوط به μ و β برای سیالات تراکم ناپذیر که $\beta = 0$ است داریم.

$$\mu = -\frac{v}{c_p} < 0$$

یعنی سیالات تراکم ناپذیر در طی فرایند اختناق افزایش دما پیدا می‌کنند.

منحنی وارونگی



اگر منحنی‌های آنتالپی ثابت روی محورهای P-T رسم شده و نقاط ماکزیمم ($\mu=0$) این منحنی‌ها به هم وصل شوند منحنی حاصل را منحنی وارونگی می‌نامند.

در سمت چپ $\mu>0$ و در سمت راست $\mu<0$ و روی منحنی $\mu=0$

دمای وارونگی Inversion یا دمای ژول‌هایی است که در آن $\mu=0$ است.

مثال: دمای وارونگی برای گاز واندروالس با معادله حالت $P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$ بدست آورید.

$$T_{inv} = \frac{2a}{Rb}$$

مثال: دمای گازی با معادله حالت $v = \frac{RT}{P} + b - \frac{a}{T}$ روی منحنی وارونگی چقدر است؟

$$\mu = \frac{1}{c_p}\left(T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v\right) = 0 \longrightarrow T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = v$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} + \frac{a}{T^2} \longrightarrow T\left(\frac{R}{P} + \frac{a}{T^2}\right) = \frac{RT}{P} + b - \frac{a}{T} \longrightarrow T_{inv} = \frac{2a}{b}$$

Scanned by CamScanner

ضریب انبساط حجمی و ضریب تراکم پذیری

β k

دما و فشار در نواحی تک فازی مستقل از یکدیگر هستند، بنابراین در این نواحی می‌توانیم حجم مخصوص را به صورت تابعی از دما و فشار بیان کنیم. $v=v(T,P)$

$$v=v(T,P)\rightarrow dv=\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dT+\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP$$

$$\frac{dv}{v}=\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dT+\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP \longrightarrow \text{تعریف}\quad \beta=\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \qquad \beta\equiv\left[\frac{1}{T}\right]$$

$$k=-\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T \qquad k\equiv\left[\frac{1}{P}\right]$$

β نشان دهنده تغییر حجم در واحد حجم به ازای تغییر دما است.

k نشان دهنده تغییر حجم در واحد حجم به ازای تغییر فشار است و همواره مثبت است چون کلیه سیالات با افزایش فشار کاهش حجم دارند.

مثال: β و k را برای موارد زیر بدست آورید. الف - گاز ایده‌ال   ب - سیالات تراکم ناپذیر   ج - گاز با معادله حالت
$P(v-b)=RT$

الف - $Pv=RT\rightarrow v=\frac{RT}{P}\rightarrow\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P=\frac{R}{P}\rightarrow\beta=\frac{1}{v}\left(\frac{R}{P}\right)=\frac{1}{T}$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T=-\frac{RT}{P^2}\longrightarrow k=-\frac{1}{v}\left(-\frac{RT}{P^2}\right)=\frac{1}{P}\longrightarrow\begin{cases}\beta=\frac{1}{T}\\ k=\frac{1}{P}\end{cases}\ \text{گاز ایده‌ال}$$

ب - در سیالات تراکم ناپذیر v یا ρ ثابت است $\longrightarrow\beta=k=0$

ج - $P(v-b)=RT\rightarrow v-b=\frac{RT}{P}\rightarrow v=\frac{RT}{P}+b$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P=\frac{R}{P}\rightarrow\beta=\frac{1}{v}\left(\frac{R}{P}\right)=\frac{R}{v}\left(\frac{v-b}{RT}\right)=\frac{1}{T}\left(\frac{v-b}{v}\right)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_T=-\frac{RT}{P^2}\rightarrow k=-\frac{1}{v}\left(-\frac{RT}{P^2}\right)=\frac{1}{P}\left(\frac{RT}{Pv}\right)=\frac{1}{P}\,\frac{\frac{RT}{v}}{\frac{RT}{v-b}}=\frac{1}{P}\left(\frac{v-b}{v}\right)$$

تغییرات حجم را می‌توان به صورت مقابل بیان کرد. $\quad\frac{dv}{v}=\beta dT-k\,dP$

با انتگرال گیری از معادله بالا برای سیالات واقعی که در آنها β و k توابع ضعیفی از دما و فشار هستند.

$$\ln\frac{V_2}{V_1}=\beta(T_2-T_1)-k(P_2-P_1)$$

همچنین

$$\beta=-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_P=-\left(\frac{\partial\ln\rho}{\partial T}\right)_P=\left(\frac{\partial\ln V}{\partial T}\right)_P$$

$$k=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial P}\right)_T=\left(\frac{\partial\ln\rho}{\partial P}\right)_T=-\left(\frac{\partial\ln V}{\partial P}\right)_T$$

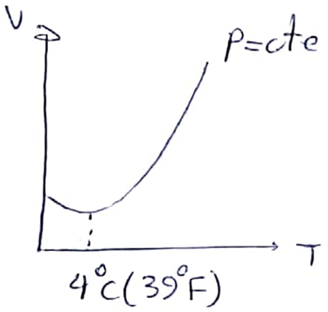
Scanned by CamScanner

نکته: هرگاه V و β در محدوده تغییر دما، ثابت باشند. $\Delta V = \beta V \Delta T$

← هرگاه V و K در محدوده تغییر فشار، ثابت باشند. $\Delta V = -KV\Delta P$

← با توجه به تعریف β و K داریم: $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{\beta}{K}$

← β برای کلیه سیالات مثبت است بجز آب



$T < 4^\circ C \rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p < 0 \rightarrow \beta < 0$

$T = 4^\circ C \rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = 0 \rightarrow \beta = 0$

$T > 4^\circ C \rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p > 0 \rightarrow \beta > 0$

Ex: با استفاده از تعریف ضریب انبساط حجمی β و ضریب تراکم پذیری K، عبارات زیر را بر حسب دما، فشار و حجم بدست آورید.

الف- $\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T$ ب- $\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T$ ج- $\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T$

الف - $dh = Tds + vdp \rightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T + v$

رابطه ماکسول: $\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$

$\rightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T + v = v\left(1 - \frac{T}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\right)$

$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = v(1 - T\beta)$

ب - $\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T = (kP - \beta T)v$

ج - $\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\beta v$

Scanned by CamScanner

روابط ترمودینامیکی بین C_p و C_v

$$C_p - C_v = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P^2 \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T$$

و

$$C_p - C_v = \frac{\beta^2 T v}{K}$$

$$C_p - C_v = T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_v$$

Scanned by CamScanner

معادله کلاپیرون

با استفاده از معادله کلاپیرون می‌توان تغییرات آنتالپی را در حین تبخیر، تصعید یا ذوب در دمای ثابت با استفاده از داده‌های P-V-T مربوط به تغییر فاز بدست آورد. دما و فشار در تغییر فاز ثابت اند.

$$dh = T\,ds + v\,dp \quad , \quad p = cte \rightarrow dh = T\,ds \rightarrow ds = \frac{dh}{T}$$

ماکسول : $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \longrightarrow$ در تغییر فاز فشار برابر فشار اشباع بوده و از حجم مخصوص مستقل است

$$\frac{dp^{sat}}{dT} = \frac{dh}{T\,dv} \rightarrow \frac{dp^{sat}}{dT} = \frac{h_{\alpha\beta}}{T v_{\alpha\beta}} \quad , \quad s_{\alpha\beta} = \frac{h_{\alpha\beta}}{T} \quad , \quad u_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} - p v_{\alpha\beta}$$

در تغییر فاز علاوه بر دما و فشار، انرژی آزاد گیبس هم ثابت است.

$$\frac{dp^{sat}}{dT} = \frac{h_{fg}}{T(v_g - v_f)}$$

تبخیر

$v_g \gg v_f$ (فاصله کافی از نقطه بحرانی) ، $v_g = \frac{RT}{P}$ گاز کامل ایده‌آل باشد

$$\Rightarrow \frac{dp^{sat}}{dT} = \frac{p^{sat} h_{fg}}{RT^2} \rightarrow \frac{dp^{sat}}{p^{sat}} = \frac{h_{fg}}{R}\frac{dT}{T^2} \rightarrow \int \frac{dp^{sat}}{p^{sat}} = \int \frac{h_{fg}}{R}\frac{dT}{T^2}$$

h_{fg} تقریباً ثابت $\Rightarrow \ln p^{sat}\Big|_{p_1^{sat}}^{p_2^{sat}} = -\frac{h_{fg}}{R}\Big|_{T_1}^{T_2} \Rightarrow$

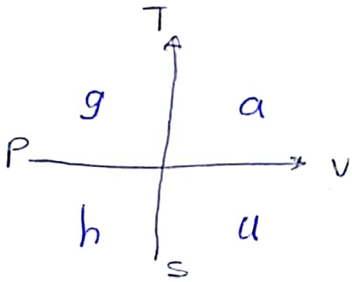
$$\boxed{\ln \frac{p_2^{sat}}{p_1^{sat}} = -\frac{h_{fg}}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}$$

تصعید: نیز برای تصعید می‌توان به جای h_{fg} در رابطه فوق h_{sg} گذاشت.

Scanned by CamScanner

روش حفظ کردن روابط ترمودینامیکی

الف - رابطه بین توابع a و g و h و u



محورهای مختصات را به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

a و g و h و u به ترتیب حروف الفبا در ناحیه‌های آن مشخص می‌کنیم.

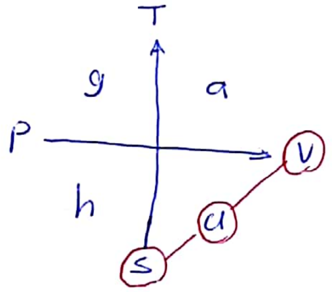
$h = u \oplus pv$ (ابتدا، انتها، محور موازی)

هم‌جهت با محور موازی $\oplus$ غیرهم‌جهت با محور موازی $\ominus$

$g = h - Ts$

$a = u - Ts$

ب - دیفرانسیل توابع انرژی

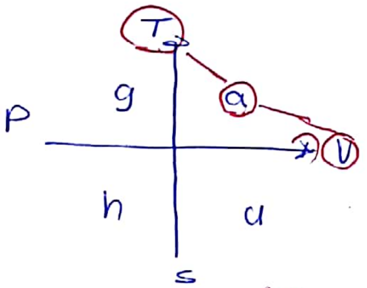


$du = Tds - pdv$

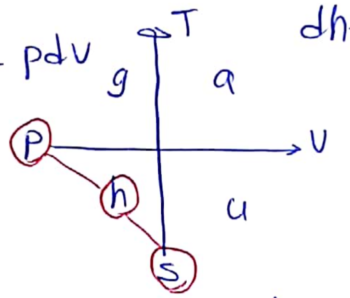
(طرف نوک فلش — طرف نوک فلش — دیفرانسیل نقاط مجاور)

T نوک فلش است ← علامت +

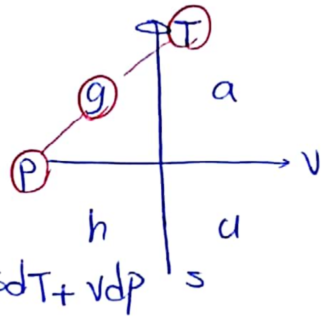
p ته فلش است ← علامت −



$da = -sdT - pdv$

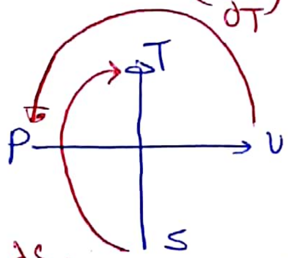


$dh = Tds + vdp$



$dg = -sdT + vdp$

$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$



$\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T$

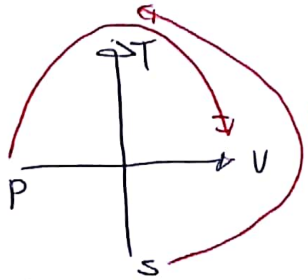
قوانین ماکسول: ابتدا مسیری را حرکت می‌کنیم که شامل سه نقطه است به نقطه انتهایی که می‌رسیم یک نقطه جلوتر رفته و در خلاف جهت حرکت قبلی برمی‌گردیم.

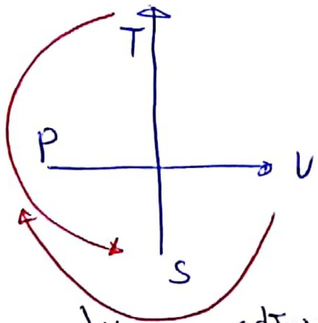
اگر تعداد نوک فلش‌ها در دو مسیر برابر باشد علامت دو طرف + است. اگر برابر نباشد علامت یک طرف − است.

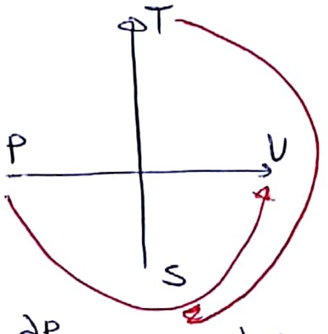
در مسیر رفت ۱ نوک فلش و در مسیر برگشت ۲ نوک فلش داریم.

$$\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$$

(دو نوک فلش داریم)







$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T \qquad \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_P = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_s \qquad \left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_v = -\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s$$

Scanned by CamScanner